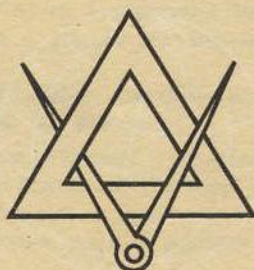


**VOJENSKÝ  
TOPOGRAFICKÝ  
OBZOR**

(ZVLÁŠTNÍ VÝTISK)



1956

# VOJENSKÝ TOPOGRAFICKÝ OBZOR

ČASOPIS MINISTERSTVA NÁRODNÍ OBRANY

ROČNÍK TŘETÍ

Zvláštní výtisk

1956

Generál-major inženýrsko-technické služby Dr Ing. Jan Klíma

## K otázce transformace čs. jednotné trigonometrické sítě

Po vytvoření ČSR v roce 1918 vznikla nezbytnost upravit jednotně komplex otázek geodetického a kartografického zabezpečení nového státu.

Na území republiky existovaly tehdy sítě trigonometrických bodů různého původu, různého zobrazení s různými geodetickými základy a rozdílných souřadnicových systémů, které často spolu ani vzájemně nesouvisely.

Bylo proto úkolem vybudovat nové podklady, které by odpovídaly vysokým vědeckým požadavkům a současně vyhovovaly praktickým technickým a hospodářským potřebám i zájmům obrany státu.

Stanovení zásad, podle nichž mají být uvedené otázky řešeny, bylo svěřeno geodeticko-geofyzikálnímu komitétu Národní rady badatelské, který vypracoval podrobné směrnice.

Pokud jde o triangulaci, bylo rozhodnuto, že bude budována plošná trigonometrická síť po celém státním území, při čemž se využije vojenská triangulace z let 1862—98. Pro zobrazení této tak zvané čs. jednotné trigonometrické sítě katastrální do roviny bylo podáno několik návrhů.

V r. 1933 byl přijat jako celostátní řešení návrh vypracovaný Ing. J. Křovákem, třebaže návrhy vypracované prof. Dr. F. Fialou a plk. Dr. L. Benešem přinášely po některých stránkách řešení výhodnější.

V oboru vojenské správy bylo až do r. 1933 užíváno pro zpracování map normální konformní kuželové zobrazení, navržené plk. Dr. L. Benešem.

Křovákovo šikmé dvojité konformní kuželové zobrazení vyhovovalo vcelku dobře požadavkům hospodářských a technických státních organizací, kladeným v oboru geodesie a kartografie v rozsahu státního území, pro které bylo v podstatě konstruováno. Malé skreslení délek umožňovalo, aby ho bylo výhodně použito zejména pro katastrální vyměřování.

Požadavek přesného vyjádření pozemkové držby v mapách byl také plně v souladu s hospodářsko-politickým zaměřením a se společenským zřízením tehdejší republiky.

Přijatá zobrazovací soustava nemohla však plně uspokojit potřeby obrany státu. Přinášela řadu vážných nevýhod při zpracování středních a malých měřítek, a to již v samotném rámci státního území; možnost jejího použití pro zpracování map rozlehlejších prostorů byla prakticky vyloučena. Neumožňovala také jednoduché a plynulé navázání na kartografická díla sousedních států, rovněž i transformace jiných geodetických sítí do této zobrazovací soustavy byla složitá. Její použití bylo proto omezeno jen na vlastní území státu.

Nesporně kladnou stránkou bylo, že se v tomto zobrazení začala budovat jednotná trigonometrická síť v rozsahu celého státního území a rovněž tak i všechny mapovací práce po r. 1933 byly v ní prováděny.

Geodetické a kartografické zabezpečení státu je však nutno posuzovat a také upravovat nejen podle přísně vědeckých měřítek a podle požadavků hospodářských, nýbrž také se zřetelem na rozvoj vojenské techniky a zbraní, v souvislosti s rozvinutím válečných operací v soudobých válkách a především také se zřetelem na politické vztahy vytvořené mezi státy.

V tom smyslu zejména druhá světová válka, v jejímž průběhu byly válečné operace rozprostřeny na širokých prostorech území mnoha států, ukázala, že mají-li být takové rozsáhlé operace dostatečně zajištěny po stránce geodetické a kartografické, musí být geodetické a kartografické základy ve státě upraveny tak, aby jich bylo možno použít pro značně rozlehlejší prostory, než je území vlastního státu.

Proto bylo v r. 1946 v oboru vojenské správy zavedeno Gaussovo-Krügerovo zobrazení s šestistupňovými poledníkovými pásy s počátečním poledníkem Greenwiche. Byl to v podstatě systém, kterého bylo používáno v německé armádě. Do tohoto systému byla v době okupace a později transformována čs. jednotná katastrální trigonometrická síť.

Referenčním elipsoidem je elipsoid Besselův. Základním bodem souřadnicového systému je kupole hvězdárny Potsdam; výškový systém je však vztážen k hladině Jaderského moře. Systém byl později označen jako „souřadnicový systém r. 1946“.

Tato úprava nemohla být ovšem definitivní; konečné rozhodnutí mohlo být však přijato až po vyřešení vnitřní politické situace ve státě.

V oboru civilní správy zůstalo dále v používání uvedené šikmé kuželové zobrazení Křovákovo.

Teprve po únoru 1948, kdy po jednoznačném vyjasnění vnitřní politické situace byla nastoupena cesta všestranné spolupráce se Sovětským svazem, bylo možné, aby se myšlenka spojení geodetického a kartografického díla československého s tímž dílem sovětským a sousedních lidově demokratických států, do té doby opomíjená, začala podstatněji uplatňovat.

Byly to organizace KSČ v bývalém Vojenském zeměpisném ústavu, které byly nositelkami těchto myšlenek a realizovaly je prostřednictvím svých členů.

Dobré snahy byly podloženy tím, že v SSSR byl v r. 1946 vyřešen obsáhlý souhrn těchto otázek jednotně pro celé rozsáhlé území SSSR.

Jednotné sovětské geodetické základy mají tyto charakteristické rysy:

- a) použití elipsoidu Krasovského;
- b) zobrazovací soustava je příčné komformní válcové zobrazení se šestistupňovými poledníkovými pásy a skreslením na středním poledníku rovným jednotce;
- c) základním bodem geodetickým je trigonometrický bod Pulkovo — střed hvězdárny s udáním orientací;
- d) počátek výpočtu nadmořských výšek je nula kronštadského vodočtu.

Úsilí o navázání na jednotné sovětské geodetické a kartografické dílo bylo odůvodněno zejména vojensko-politickými motivy a dále také důvody hospodářsko-technické a vědecké odborné spolupráce s příslušnými odbornými kruhy Sovětského svazu.

V r. 1950 začal se otázkou transformace československé jednotné katastrální sítě s elipsoidu Besselova na elipsoid Krasovského zabývat Národní komitét geodeticko-geofyzikální; návrhy na řešení problému předložili jeho členové prof. Dr. F. Fiala, prof. Dr. E. Buchar, prof. Dr. J. Böhm, Ing. J. Křovák a plk. Dr. L. Beneš.

V té době byl k dispozici v ČSR jen jeden trigonometrický bod, který měl souřadnice v sovětském souřadnicovém systému na elipsoidu Krasovského a v jednotné katastrální síti na elipsoidu Besselově. Tento bod byl na československo-sovětských státních hranicích. Žádné další údaje (souřadnice jiných geodetických bodů, azimut některé trigonometrické strany) nebyly známy.

Tohoto jediného trigonometrického bodu, o jehož hodnotě nebylo nic bližšího známo, nebylo možno pro jeho excentrickou polohu použít k navázání obou trigonometrických sítí.

Národní geodeticko-geofyzikální komitét po zhodnocení všech návrhů doporučil provést transformaci tímto postupem:

1. Přejít z elipsoidu Besselova na elipsoid Krasovského.
2. Určit přibližně polohu a orientaci jednotné katastrální sítě na elipsoidu Krasovského. Přitom použít výsledků práce prof. Dr. E. Buchara, uveřejněné v knize „Tížnicové odchylky a geoid v ČSR“, vyd. v r. 1951.
3. Celou síť orientovat a situovat na jeden výchozí trigonometrický bod přibližně ve středu státního území (Brdo), jehož souřadnice a azimut jedné strany z něho vycházející byly by získány v sovětském systému r. 1942.

Na počátku r. 1952 vznikla možnost provést transformaci naší trigonometrické sítě do sovětského systému na podkladě většiny počtu trigonometrických bodů. Úměrně k daným možnostem byl úkol vypracovat návrh na transformaci na tomto podkladě uložen vojenskému topografickému ústavu. Theoretické zpracování úkolu bylo svěřeno majoru Ing. Pickovi, který pak také s kolektivem pracovníků provedl i transformaci převážné většiny trigonometrických a pevných bodů ČSR do tohoto systému.

Současně s transformací souřadnic byla provedena i redukce nadmořských výšek z normálu terstského na nulu kronštadského vodočtu s přibližnou hodnotou rozdílů hladin Jaderského a Baltského moře — 0,68 m.

Vládním usnesením č. 35 ze dne 28. července 1953 byl uvedený souřadnicový systém nazván „souřadnicovým systémem r. 1952“ a výškový systém „baltským“.

Theoretický návrh na provedení transformace dokončil Ing. Pick v květnu 1952; v červnu 1952 byli s tímto návrhem seznámeni členové Národního komitétu geodeticko-geofyzikálního, představitelé a odborní pracovníci ÚSGK.

Na schůzce byl podán referát o provedených výzkumech, o průběhu prací spojených se zpracováním návrhu a s přípravami na praktické provedení transformace. Účastníci obdrželi kopie návrhu a byli požádáni o připomínky jak k theoretickému návrhu, tak k návrhu na praktické provedení.

Předložená práce Ing. Picka, kterou uveřejňujeme, obsahuje v podstatě celý průběh prací na transformaci, a to jak po theoretické stránce, tak i po stránce praktického provedení. Je v ní také obsažen rozbor k došlým připomínkám.

Účelem publikování této práce je, aby v ní byly shrnuty všechny poznatky theoretické i praktické povahy a pro budoucnost zachována zpráva o celkovém provedení transformace, což se jeví účelné zejména také proto, že zprávu podává autor návrhu a provedení.

Jestliže měla transformace splnit úkol, aby na jejím základě bylo možné vyhotovit kartografická díla jednotná i pro sousední lidově demokratické státy, muselo být dosaženo určité minimální přesnosti podél státních hranic na styku s geodetickými sítěmi sousedních států, aby navázání jednotlivých nomenklaturních mapových listů bylo relativně přesné a plynulé.

Přijmeme-li pro tento účel za minimální grafickou přesnost hodnotu 0,1 mm, znamenalo by to dosáhnout podél státních hranic přesnosti pro mapu měřítka 1:25 000 hodnoty  $\pm 2,5$  m a pro mapu měřítka 1:10 000 hodnoty  $\pm 1,0$  m. Dokud není možné provést srovnání se souřadnicemi vzešlymi ze souborného vyrovnání triangulací lidově demokratických států, není možné tento problém definitivně uzavřít.

Aby byla tato otázka alespoň zčásti ověřena, bylo provedeno srovnání souřadnic získaných československou transformací se souřadnicemi týchž bodů získaných na severních hranicích transformací polskou a na jižních hranicích transformací maďarskou.

Na jižních hranicích byly porovnány souřadnice 10 bodů 1. řádu, rozložených podél československo-maďarských státních hranic v délce asi 400 km, které byly dříve po-jaty do společné čs.-maďarské trigonometrické sítě; jde tedy o body identické v geodetických sítích obou států. Jejich souřadnice byly transformovány metodou československou ( $t_c$ ) a nezávisle i maďarskou ( $t_m$ ).

Porovnáním byly zjištěny hodnoty odchylek ( $O = t_c - t_m$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{průměrné: } S_x = 0,90 \text{ m} & \text{střední: } m_x = \pm 1,05 \text{ m} \\ S_y = 0,60 \text{ m} & m_y = \pm 0,65 \text{ m} \end{array}$$

Podobně bylo postupováno i na československo-polských státních hranicích, kde byly porovnány souřadnice 120 bodů 1. až 5. řádu, rozložených podél celých státních hranic v délce zhruba 700 km. I zde byly na týchž bodech vypočteny souřadnice z transformace československé a transformace polské.

Byly tak získány hodnoty odchylek ( $O = t_c - t_p$ ):

$$\begin{array}{ll} \text{průměrné: } S_x = 0,86 \text{ m} & \text{střední: } m_x = \pm 1,01 \text{ m} \\ S_y = 0,86 \text{ m} & m_y = \pm 1,03 \text{ m} \end{array}$$

Je nutno zejména zůraznit to, že transformace geodetických sítí uvedených tří států byly prováděny na podkladě různých trigonometrických bodů a každý stát k provedení transformace použil své metody.

I když odchylky nemohou podat konečný obraz o hodnotě provedených transformací, lze přesto konstatovat, že získané hodnoty jsou velmi příznivé.

Je možno také již nyní potvrdit, že se účel, pro který byla transformace provedena, a předpoklady, které byly od ní očekávány, plně splnily.

Mezi jiné otázky, které bude vhodné dále zkoumat, patří hlavně tyto:

1. Do jaké míry a jakým způsobem bude možno provedené transformace využít při definitivním vyrovnání souřadnic systému r. 1952, a to zejména u trigonometrických bodů nižších řádů.

Pro takové využití mluví jednak přesnost provedené transformace, jednak důvody ekonomického charakteru. Využitím transformovaných souřadnic bylo by možno značně urychlit získání vyrovnaných souřadnic, aniž byla přítom snížena přesnost.

2. Přezkoušet vhodnost použití transformovaných souřadnic pro převod do tří-  
stupňových pásů.

Úspěšným provedením transformace bylo umožněno, aby vojenská topografická služba započala se zpracováváním nových map měřítka 1:25 000 v souřadnicovém systému r. 1952 již v r. 1952, což přineslo prospěch hospodářství i obraně státu.

Je to také nesporným přínosem pro rozkvět a rozvoj československé geodesie, která se na tomto základě může rozvíjet mnohem šíře, než tomu bylo dříve.

INŽENÝR MAJOR ING. MILOŠ PICK

*Transformace  
československé jednotné katastrální sítě  
s elipsoidu Besselova do systému 1952  
na elipsoid Krasovského*

*Předložená práce pojednává o způsobu, jakým byla zapojena československá jednotná katastrální síť na trigonometrickou síť sovětskou, na tak zvaný systém r. 1942 se základním bodem Pulkovo, referenční elipsoid Krasovského. Současně je proveden výpočet tížnicových odchylek a plochy geoidu a naznačen způsob, jakým bude možno využít dosavadních výpočtů pro definitivní transformaci československé trigonometrické sítě do sovětského systému r. 1942. Sovětský systém r. 1942 je v ČSR označen jako systém 1952.*

## I. ZOBRAZENÍ ELIPSOIDU NA JINÝ ELIPSOID

### 1. Převedení po normále k původnímu referenčnímu elipsoidu

[Návrh prof. Fialy [4], [5]]

Mějme dva elipsoidy  $E$  a  $E'$ . Body s elipsoidu  $E$  se převedou na elipsoid  $E'$  tak, že se každým bodem  $P$  elipsoidu  $E$  vede normála k elipsoidu  $E$ . Její průsečík s plochou  $E'$  je hledaný transformovaný bod  $P'$ .

Vzájemná poloha obou elipsoidů je určena jednak podmínkou, že rotační osy obou ploch jsou rovnoběžné, dále souřadnicemi nejméně jednoho odpovídajícího si bodu na obou elipsoidech a konečně odlehlostí obou ploch v tomto bodě.

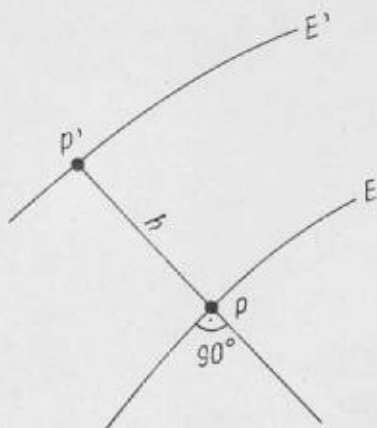
Tato metoda má řadu výhod. Předně je fyzikálně podložena. Při případných pozdějších transformacích je snadné přejít stejným způsobem k jiné referenční ploše, aniž se původní naměřené veličiny nějak deformovaly. Přesnost naměřených úhlů a délek se nezmění, pouze se změní redukce s geoidu na elipsoid.

Někdy bylo tomuto způsobu vytýkáno [41], že je třeba při transformaci pracovat s jedenáctimístnými tabulkami goniometrických funkcí. Ukážeme si, že vhodnou úpravou rovnic se dá tato zdánlivá nevýhoda obejít. Stačí totiž, abychom počítali nikoli zeměpisné souřadnice, ale jenom jejich změny. Protože změny zeměpisných souřadnic budou menší než  $\pm 4''$ , vystačíme při výpočtech s šestimístnými tabulkami funkcí.

Mějme síť trigonometrických bodů zobrazenou na elipsoidu  $E$  a promítněme ji po normálách k  $E$  na nový elipsoid  $E'$ . Osy obou ploch jsou při tom rovnoběžné.

Zvolme podle F. N. Krasovského [6] pravouhlý souřadnicový systém  $(x, y, z)$  tak, aby střed původního elipsoidu  $E$  byl totožný s počátkem souřadnic, osa  $z$  je totožná s osou rotace. Osa  $x$  nechť směřuje k nultému poledníku. Nový elipsoid  $E'$  bude mít střed v bodě  $C(x_0, y_0, z_0)$ . Pravouhlé souřadnice bodů na povrchu elipsoidu  $E$  si vyjádříme pomocí zeměpisných souřadnic:





$$\begin{aligned} x &= N \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda, \\ y &= N \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda, \\ z &= N \cdot (1 - e^2) \cdot \sin\varphi, \end{aligned} \quad (\text{I, 1})$$

kde  $N$  je poloměr křivosti v prvním vertikálu a  $e^2$  je excentricita:

$$\begin{aligned} N &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2\varphi}}, \\ e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2}. \end{aligned}$$

Jestliže bod  $P$  měl na elipsoidu  $E$  souřadnice  $(x, y, z)$ , bude mít odpovídající bod  $P'$  na elipsoidu  $E'$  souřadnice

$$\begin{aligned} x' &= N \cos\varphi \cdot \cos\lambda + h \cos\varphi \cdot \cos\lambda, \\ y' &= N \cos\varphi \cdot \sin\lambda + h \cos\varphi \cdot \sin\lambda, \\ z' &= N \cdot (1 - e^2) \sin\varphi + h \sin\varphi, \end{aligned} \quad (\text{I, 2})$$

kde  $h$  je vzdálenost  $PP'$ .

Rovnici elipsoidu  $E$  a nového elipsoidu  $E'$  můžeme psát ve tvaru

$$E \equiv x^2 + y^2 + \frac{z^2}{(1 - e^2)} = a^2, \quad (\text{I, 3})$$

$$E' \equiv (x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + \frac{(z' - z_0)^2}{(1 - e^2)} = A^2, \quad (\text{I, 4})$$

kde  $a, A$  jsou poloosy,  $e^2$  a  $e'^2$  excentricity obou elipsoidů. Zavedme si ještě symbol  $\Delta e^2 = (e'^2 - e^2)$ .

Spojením rovnic (I, 2), (I, 3), (I, 4) dostáváme po úpravě:

$$\begin{aligned} \frac{1 - e^2 \cos^2\varphi}{1 - e^2} h^2 + 2h \left\{ N + \frac{\Delta e^2}{1 - e^2} N \sin^2\varphi - x_0 \cos\lambda \cos\varphi - y_0 \sin\lambda \cos\varphi - \frac{z_0}{1 - e^2} \sin\varphi \right\} \\ - 2N \left\{ x_0 \cos\varphi \cos\lambda + y_0 \cos\varphi \sin\lambda + \frac{1 - e^2}{1 - e^2} z_0 \sin\varphi - \frac{\Delta e^2}{2} \cdot \frac{(1 - e^2)}{(1 - e^2)} \cdot N \cdot \sin^2\varphi \right\} = \\ A^2 - a^2 - x_0^2 - y_0^2 - \frac{z_0^2}{1 - e^2}. \end{aligned} \quad (\text{I, 5})$$

Derivováním rovnice (I, 5) ve směru poledníku a rovnoběžky dostaneme změnu v tížnicových odchylkách, vzniklou přechodem od elipsoidu  $E$  k ploše  $E'$ . Z těchto změn odvodíme známým způsobem změny v zeměpisných souřadnicích:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda'' &= -\varrho'' \cdot \frac{1}{N \cdot \cos^2\varphi} \cdot \frac{\partial h}{\partial \lambda} \cdot \left(1 - \frac{h}{N}\right), \\ \Delta\varphi'' &= -\varrho'' \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial h}{\partial \varphi} \cdot \left(1 - \frac{h}{M}\right). \end{aligned} \quad (\text{I, 6})$$

V rovnicích (I, 6) musíme podržet ještě členy druhého řádu. Po provedení a po úpravě dostáváme:

$$\Delta \lambda'' = \frac{\varrho''}{N \cos \varphi} (x_0 \sin \lambda - y_0 \cos \lambda) \cdot (1 + \delta), \quad (\text{I, 7})$$

$$\Delta \varphi'' = \varrho'' \left[ \frac{1}{M} \left( x_0 \sin \varphi \cos \lambda + y_0 \sin \varphi \sin \lambda - \frac{1 - e^2}{1 - e^2} x_0 \cos \varphi \right) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta e^2 \sin 2\varphi}{2(1 - e^2)} \left( 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{h}{N} \right) + \frac{e^2 \cdot \sin 2\varphi}{2(1 - e^2)} \cdot \frac{a \cdot \Delta a}{M^2} \right] (1 + \delta), \quad (\text{I, 8})$$

$$\delta = - \left( \frac{\Delta e^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{\Delta a}{a} \right). \quad (\text{I, 9})$$

Při předběžném srovnávání sítí potřebujeme zpravidla menší přesnost, obvykle stačí  $\pm 0,01''$ . Pak můžeme vynechat členy druhého řádu a rovnice přejdou na tvar

$$\Delta \lambda'' = \frac{\varrho''}{N \cos \varphi} (x_0 \sin \lambda - y_0 \cos \lambda), \quad (\text{I, 10})$$

$$\Delta \varphi'' = \frac{\varrho''}{M} \left( x_0 \sin \varphi \cos \lambda + y_0 \sin \varphi \sin \lambda - x_0 \cos \varphi + \right. \\ \left. + \left( \frac{\Delta e^2}{2} + \frac{\Delta a}{2a} e^2 \right) M \sin 2\varphi \right). \quad (\text{I, 11})$$

Známe-li více než dva identické body na obou elipsoidech, můžeme určit z rovnic (I, 10) a (I, 11) přibližné hodnoty  $x_0, y_0, z_0$  vyrovnáním. Z nich se vypočte korekce  $\delta$  a pak se provede definitivní vyrovnání podle rovnic (I, 8) a (I, 9).

### Délkové skreslení.

Budeme vyšetřovat velikost délkového skreslení ve směru rovnoběžky a ve směru poledníku v obecném případě. (Vzorec pro délkové skreslení, uvedený v [41], platí jen pro případ, kdy  $\varphi_0 = B_0, \lambda_0 = L_0, h_0 = \theta$ .)

Platí

$$m_p = \frac{(M + h) \cdot \sec \Delta \varphi \cdot d\varphi}{M \cdot d\varphi}, \quad (\text{I, 12})$$

$$m_r = \frac{(N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \sec \Delta \eta \cdot d\lambda}{N \cos \varphi \cdot d\lambda}.$$

Odtud

$$m_p = \frac{(M + h) \left[ 1 + \frac{1}{2M^2} \left( \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi}{M \cdot d\varphi}, \quad (\text{I, 13})$$

$$m_r = \frac{(N + h) \left[ 1 + \frac{1}{2N^2 \cos^2 \varphi} \left( \frac{\partial h}{\partial \lambda} \right)^2 \right] \cos \varphi \cdot d\lambda}{N \cos \varphi \cdot d\lambda},$$

čili konečně s dostatečnou přesností

$$m_r = \left(1 + \frac{h}{M}\right), \quad (I, 14)$$

$$m_r = \left(1 + \frac{h}{N}\right).$$

Dosadíme-li sem z rovnice (I, 5), dostaneme

$$(m_p - 1) = \frac{1}{M} \left\{ x_0 \cos \varphi \cos \lambda + y_0 \cos \varphi \sin \lambda + z_0 \sin \varphi - \right. \\ \left. - \frac{\Delta e^2}{2} \cdot N \sin^2 \varphi + \frac{a}{N} (A - a) \right\} \left(1 + \delta + \frac{m_p - 1}{2N}\right), \quad (I, 15)$$

$$(m_r - 1) = (1 - e^2 \cos^2 \varphi) (m_p - 1). \quad (I, 16)$$

Pro numerický výpočet bude vhodné horní rovnice dále upravit a tabelovat jednotlivé členy.

Bude

$$\Delta \lambda^* = (1) \cdot (2),$$

$$\Delta \varphi^* = (3) [(4) + (5) + (6)],$$

V horních rovnicích znamená

$$[1] = \frac{\varrho^*}{N \cos \varphi} (1 + \delta)$$

$$[2] = (x_0 \sin \lambda - y_0 \cos \lambda)$$

$$[3] = \frac{\varrho^*}{M} \sin \varphi (1 + \delta)$$

$$[4] = (x_0 \cos \lambda + y_0 \sin \lambda)$$

$$[5] = \left\{ -\frac{1 - e^2}{1 - e^2} z_0 \cot \varphi + \left( \frac{\Delta e^2 \cos \varphi}{(1 - e^2)} (1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi) + \frac{e^2 \cos \varphi}{(1 - e^2)} \cdot \frac{a \cdot \Delta a}{M^2} \right) \cdot M \right\}$$

$$[6] = \frac{\Delta e^2 \cos \varphi}{(1 - e^2)} \cdot \frac{h}{N}$$

Přitom jsou členy (1), (3), (5) funkcí zeměpisné šířky, členy (2), (4) funkcí zeměpisné délky. Člen (6) je velmi malý a dá se vyjádřit průsečíkovým nomogramem.

## 2. Transformace při zachování délek oblouků poledníků a rovnoběžek (Původní návrh prof. Böhma)

Autor návrhu si klade podmínku, aby se transformací pokud možno nezměnily délky v trigonometrické síti. Při transformaci mají být proto zachovány původní délky rovnoběžek a poledníků. Autor vychází z rovnic

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_1 d\varphi = \int_{B_0}^B M_2 dB, \quad (I, 17)$$

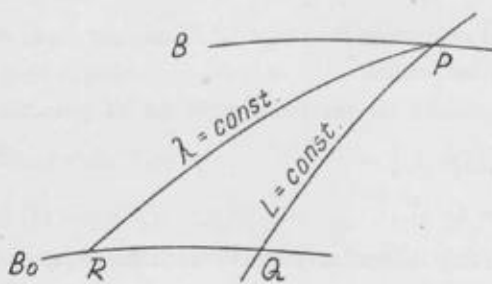
$$N_1 \cos\varphi \cdot \Delta\lambda = N_2 \cdot \cos B \cdot \Delta L,$$

kde zeměpisné souřadnice na elipsoidu prvním jsou značeny  $(\varphi, \lambda)$ , na elipsoidu druhém  $(B, L)$ .

Z druhé rovnice je zřejmé, že délkový rozdíl na druhém elipsoidu je funkcí jak zeměpisné délky, tak také zeměpisné šířky

$$\Delta L = f(\varphi) \cdot \Delta\lambda.$$

Proto se poledníky nemohou transformovat opět jako poledníky. Proto také nemůže platit



$$\overline{PQ} = \overline{PR}, \text{ kde}$$

$$\overline{PQ} = \int_{B_0}^B M_2 \cdot dB$$

$$\overline{PR} = \int_{B_0}^B dS_2 =$$

$$= \int_{B_0}^B \sqrt{(M_2 dB)^2 + (N_2 \cos B \cdot dL)^2}.$$

Jak je vidět, rovnice (I, 17) nesplňují to, co od nich bylo očekáváno. Autor návrhu si pravděpodobně byl vědom této nepřesnosti a od svého původního návrhu upustil.

## 3. Helmertova transformace (pozdější návrh prof. Böhma), [1], [3], [7].

Prof. Böhm navrhl osvědčenou Helmertovu transformaci se základním bodem Brdo.

## 4. Transformace prostřednictvím Gauss-Krügerových souřadnic [návrh plk. Dr L. Beneše [8]].

Převod zprostředkuje konformní Gauss-Krügerovo zobrazení na obou elipsoidech.

V podstatě jde o podobný způsob převodu, jaký navrhl Ing. Křovák viz (I,6.) Nevýhodou tohoto návrhu je nutnost užití nezvykle širokého pásu ( $10^\circ$ ) Gauss-Krügerova zobrazení.

Na okrajích takto širokého pásu je již značné délkové skreslení (asi 1,5 m/km). Protože se při napojování sítě daly očekávat posuny asi 50 metrů, mohla by chyba z nestejného délkového skreslení činit až 8 cm.

Návrh plk. Beneše nebyl detailně propracován.

## 5. Konformní transformace s elipsoidu na elipsoid

Formulace úlohy:

Máme převést konformně trigonometrickou síť s jednoho elipsoidu na jiný tak, aby referenční bod  $K_0^I(\varphi_0, \lambda_0)$  přešel v bod  $K_0^{II}(B_0, L_0)$ , aby se azimut výchozí strany  $a_0$  na elipsoidu prvním změnil v azimut  $A_0 = (a_0 + \Delta A_0)$  a aby se současně změnil rozměr sítě v poměru  $\tau_0$  v základním bodě  $K_0$ .

Rovnice mají být odvozeny s takovou přesností, aby stačily pro síť, jejíž okraje jsou vzdáleny maximálně 1000 km od základního bodu pro střední šířky ( $\varphi \approx 50^\circ$ ).

Tímto problémem se zabýval prof. Fiala [49] a nezávisle na něm E. Jung [50]. Oba dva řešili úlohu beze změny orientace trigonometrické sítě. Zde je podáno řešení obecnější, zahrnující v sobě i pootočení sítě.

### a) Změna elipsoidu

Nejprve provedeme konformní převod s elipsoidu  $E$  na elipsoid  $E'$  tak, aby bodu  $K_0^I$  odpovídal bod  $K_0^{II}$ . Orientace sítě zůstane zachována.

Položme si podmínku, aby se geografická síť převáděla opět na síť poledníků a rovnoběžek:

$$\begin{aligned} B &= F(\varphi), \\ L &= G(\lambda). \end{aligned} \quad (I, 18)$$

Zobrazení má být konformní. Musí být tedy délkové skreslení ve všech směrech stejné:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_p = \tau_r \\ \tau &= \frac{M \cdot dB}{m \cdot d\varphi} = \frac{N \cdot \cos B \cdot dL}{n \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda}, \end{aligned} \quad (I, 19)$$

nebo též

$$\tau = \frac{C \cdot v^3 \cdot dB}{c \cdot V^3 \cdot d\varphi} = \frac{C \cdot v \cdot \cos B \cdot dL}{c \cdot V \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda}. \quad (I, 20)$$

Odtud

$$\frac{dB}{d\varphi} = \frac{V^2 \cdot \cos B \cdot dL}{v^2 \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda}. \quad (I, 21)$$

Z rovnice (I, 19) plyne, že poměr

$$\frac{dL}{d\lambda} = f(\varphi).$$

## Zvolená symbolika

	Původní elipsoid	Nový elipsoid	Koule
Zeměpisné souřadnice	$(\varphi, \lambda)$	$(B, L)$	$(Q, P)$
Zeměp. souřad. zákl. bodu	$(\varphi_0, \lambda_0)$	$(B_0, L_0)$	$(Q_0, P_0)$
Souřadnicové rozdíly	$\Delta\varphi = (\varphi - \varphi_0)$ $\Delta\lambda = (\lambda - \lambda_0)$	$\Delta B = (B - B_0)$ $\Delta L = (L - L_0)$	$q = (Q - Q_0)$ $p = (P - P_0)$
Poloměry křivosti	$m = \frac{c}{v^3}$ $n = \frac{c}{v}$	$M = \frac{C}{V^3}$ $N = \frac{C}{V}$	$R$
Poloosy	$a_1, b_1$	$a_2, b_2$	
Polární poloměry křivosti	$c = \frac{a_1^2}{b_1}$	$C = \frac{a_2^2}{b_2}$	
Geodetické funkce	$v = \sqrt{1 + \eta^2}$ $\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$	$V = \sqrt{1 + \varepsilon^2}$ $\varepsilon^2 = E'^2 \cos^2 B$	
Excentricity	$e'^2 = \frac{a_1^2 - b_1^2}{b_1^2}$	$E'^2 = \frac{a_2^2 - b_2^2}{b_2^2}$	
Azimuty	$a_0$	$A_0 = a_0 + \Delta A_0$	$a_0, A_0$
Protiazimuty	$a$	$A$	$a, A$
Délkový element čáry	$ds$	$dS$	$d\sigma$
Délkové skreslení v rovnoběžce v poledníku	$\tau_r$ $\tau_p$		

Má-li však být současně splněna podmínka (I, 18)  $L = G(\lambda)$ , musí platit

$$f(\varphi) = \text{konst} = \alpha ,$$

čili

$$\frac{dL}{d\lambda} = \alpha . \quad (\text{I, 22})$$

Velikost této konstanty určíme později.

Po integraci rovnice (I, 22) dostáváme

$$L = \alpha \cdot \lambda + k_1 . \quad (\text{I, 23})$$

Integrační konstantu  $k_1$  určíme ze vztahu

$$k_1 = (L_0 - \alpha \lambda_0) , \quad (\text{I, 24})$$

kde  $L_0$  a  $\lambda_0$  jsou zeměpisné délky základního bodu na obou elipsoidech.

Dále budeme hledat vztah mezi zeměpisnými šířkami  $\varphi$  na původním elipsoidu a  $B$  na elipsoidu novém.

Vyjdeme z rovnice (I, 19):

$$\frac{M \cdot dB}{m \cdot d\varphi} = \alpha \frac{N \cdot \cos B}{n \cdot \cos \varphi} . \quad (\text{I, 19})$$

Po oddělení proměnných a po dosazení za poloměry křivosti bude

$$\frac{(1 - E^2)}{(1 - E^2 \sin^2 B) \cos B} dB = \frac{(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi) \cos \varphi} d\varphi . \quad (\text{I, 25})$$

Členy na pravé i na levé straně rovnice (I, 25) jdou rozložit. Pro levý člen platí

$$L = \left( \frac{1}{\cos B} - \frac{E^2 \cos B}{2(1 - E \sin B)} - \frac{E^2 \cos B}{2(1 + E \sin B)} dB \right) . \quad (\text{I, 26})$$

Zcela obdobný výraz obdržíme i pro člen pravý. Integrujeme-li rovnici (I, 26), dostaneme

$$I_L = \lg \operatorname{tg} \left( \frac{B}{2} + 45^\circ \right) + \frac{E}{2} \lg (1 - E \sin B) - \frac{E}{2} \lg (1 + E \sin B) + C_L . \quad (\text{I, 27})$$

Integrál stejného tvaru dostaneme i pro pravou stranu rovnice (I, 26). Spojením obou výrazů bude

$$\operatorname{tg} \left( \frac{B}{2} + 45^\circ \right) \left( \frac{1 - E \sin B}{1 + E \sin B} \right)^{\frac{E}{2}} = k_2 \cdot \operatorname{tg}^\alpha \left( \frac{\varphi}{2} + 45^\circ \right) \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{\alpha e}{2}} . \quad (\text{I, 28})$$

Integrační konstantu  $k_2$  určíme ze vztahu

$$k_2 = \operatorname{tg} \left( \frac{B_0}{2} + 45^\circ \right) \operatorname{ctg}^\alpha \left( \frac{\varphi_0}{2} + 45^\circ \right) \left( \frac{1 - E \sin B_0}{1 + E \sin B_0} \right)^{\frac{E}{2}} \left( \frac{1 + e \sin \varphi_0}{1 - e \sin \varphi_0} \right)^{\frac{\alpha e}{2}} , \quad (\text{I, 29})$$

kde  $\varphi_0$  a  $B_0$  jsou souřadnice základního bodu  $K_0$  na obou elipsoidech.

Pro numerické výpočty je vzorec (I, 28) příliš složitý. Rozvineme jej proto v mocnině řadu.

Rovnici  $B = F(\varphi)$  rozvineme v Taylorovu řadu vzhledem k základnímu bodu  $K_0$ :

$$B = F(\varphi_0) + \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \Delta\varphi + \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \frac{\Delta\varphi^2}{2!} + \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} \cdot \frac{\Delta\varphi^3}{3!} + \dots \quad (\text{I, 30})$$

Prvou derivaci  $\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)$  jsme již určili v rovnici (I, 21):

$$\frac{dB}{d\varphi} = \frac{V^2 \cdot \cos B}{v^2 \cdot \cos \varphi} \cdot \frac{dL}{d\lambda} \quad (\text{I, 21})$$

K odvození vyšších derivací budeme potřebovat pomocné vztahy:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\eta^2)}{d\varphi} &= -2\eta^2 \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ \frac{d(\eta^n)}{d\varphi} &= -n \cdot \eta^n \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ \frac{d(\varepsilon^2)}{d\varphi} &= -2\varepsilon^2 \operatorname{tg} B \cdot \frac{dB}{d\varphi} = -2\alpha \frac{\varepsilon^2 V^2 \sin B}{v^2 \cos \varphi} \\ \frac{dv}{d\varphi} &= -\frac{\eta^2}{v} \operatorname{tg} \varphi \\ \frac{d(v^n)}{d\varphi} &= -n \cdot v^{n-2} \cdot \eta^2 \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ \frac{dV}{d\varphi} &= -\frac{\varepsilon^2}{V} \operatorname{tg} B \cdot \frac{dB}{d\varphi} = -\alpha \frac{\varepsilon^2 \cdot V \cdot \sin B}{v^2 \cdot \cos \varphi} \\ \frac{d(V^n)}{d\varphi} &= -\frac{\alpha \cdot \varepsilon^2 \cdot n \cdot V^n \cdot \sin B}{v^2 \cdot \cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I, 31})$$

Dalším derivováním rovnice (I, 21) postupně dostáváme

$$\frac{d^2B}{d\varphi^2} = \alpha \frac{V^2 \cos B}{v^4 \cos^2 \varphi} \{ (1 + 3\eta^2) \sin \varphi - \alpha(1 + 3\varepsilon^2) \sin B \} \quad (\text{I, 32})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3B}{d\varphi^3} &= \alpha \frac{V^2 \cos B}{v^6 \cos^3 \varphi} \{ (1 + 2\eta^2 + 9\eta^4) \sin^2 \varphi - \alpha(3 + 9\eta^2 + 9\varepsilon^2 + 27\eta^2 \varepsilon^2) \sin \varphi \sin B \\ &\quad + \alpha^2(2 + 16\varepsilon^2 + 18\varepsilon^4) \sin^2 B \\ &\quad + (1 + 4\eta^2 + 3\eta^4) \\ &\quad - \alpha^2(1 + 4\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4) \} \end{aligned} \quad (\text{I, 33})$$



$$\frac{d^4 B}{d\varphi^4} = \alpha \frac{V^2 \cos B}{e^8 \cos^4 \varphi} \left\{ \sin^3 \varphi (1 + 5\eta^2 - 17\eta^4 + 27\eta^6) \right.$$

$$\begin{aligned} & - \alpha \sin^2 \varphi \sin B (7 + 26\eta^2 + 21\varepsilon^2 + 78\eta^2 \varepsilon^2 + 63\eta^4 + 189\eta^4 \varepsilon^2) \\ & + \alpha^2 \sin \varphi \sin^2 B (12 + 36\eta^2 + 96\varepsilon^2 + 108\varepsilon^4 + 288\eta^2 \varepsilon^2 + 324\eta^2 \varepsilon^4) \\ & + \sin \varphi (5 + 19\eta^2 + 47\eta^4 + 33\eta^6) \\ & - \alpha^2 \sin \varphi (6 + 18\eta^2 + 24\varepsilon^2 + 18\varepsilon^4 + 72\eta^2 \varepsilon^2 + 54\eta^2 \varepsilon^4) \\ & - \alpha^3 \sin^3 B (6 + 90\varepsilon^2 + 238\varepsilon^4 + 162\varepsilon^6) \\ & - \alpha \sin B (4 + 16\eta^2 + 12\eta^4 + 12\varepsilon^2 + 48\eta^2 \varepsilon^2 + 36\eta^4 \varepsilon^2) \\ & + \alpha^3 \sin B (5 + 51\varepsilon^2 + 103\varepsilon^4 + 57\varepsilon^6) \} \end{aligned} \quad (I, 34)$$

$$\frac{d^5 B}{d\varphi^5} = \alpha \frac{V^2 \cos B}{e^{10} \cos^5 \varphi} \left\{ \sin^4 \varphi (1 + 4\eta^2 + 86\eta^4 - 220\eta^6 + 81\eta^8) \right.$$

$$\begin{aligned} & - \alpha \sin^3 \varphi \sin B (15 + 75\eta^2 + 45\varepsilon^2 + 225\eta^2 \varepsilon^2 + 65\eta^4 + 195\eta^4 \varepsilon^2 + 405\eta^6 + 1215\eta^6 \varepsilon^2) \\ & + \alpha^2 \sin^2 \varphi \sin^2 B (50 + 220\eta^2 + 400\varepsilon^2 + 1760\eta^2 \varepsilon^2 + 450\eta^4 + 450\varepsilon^4 + 3600\eta^4 \varepsilon^2 + 1980\eta^2 \varepsilon^4 + 4050\eta^4 \varepsilon^4) \\ & - \alpha^3 \sin \varphi \sin^3 B (60 + 180\eta^2 + 900\varepsilon^2 + 2700\eta^2 \varepsilon^2 + 2380\varepsilon^4 + 7140\eta^2 \varepsilon^4 + 1620\varepsilon^6 + 4860\eta^2 \varepsilon^6) \\ & + \alpha^4 \sin^4 B (24 + 576\varepsilon^2 + 2624\varepsilon^4 + 4000\varepsilon^6 + 1944\varepsilon^8) \\ & + \sin^2 \varphi (18 + 92\eta^2 + 88\eta^4 + 260\eta^6 + 246\eta^8) \\ & - \alpha \sin \varphi \sin B (35 + 165\eta^2 + 105\varepsilon^2 + 495\eta^2 \varepsilon^2 + 385\eta^4 + 1155\eta^4 \varepsilon^2 + 255\eta^6 + 765\eta^6 \varepsilon^2) \\ & - \alpha^2 \sin^2 \varphi (25 + 110\eta^2 + 100\varepsilon^2 + 440\eta^2 \varepsilon^2 + 225\eta^4 + 75\varepsilon^4 + 900\eta^4 \varepsilon^2 + 330\eta^2 \varepsilon^4 + 675\eta^4 \varepsilon^4) \\ & + \alpha^2 \sin^2 B (20 + 80\eta^2 + 160\varepsilon^2 + 60\eta^4 + 180\varepsilon^4 + 640\eta^2 \varepsilon^2 + 720\eta^2 \varepsilon^4 + 480\eta^4 \varepsilon^2 + 540\eta^4 \varepsilon^4) \\ & + \alpha^3 \sin \varphi \sin B (50 + 150\eta^2 + 510\varepsilon^2 + 1530\eta^2 \varepsilon^2 + 1030\varepsilon^4 + 3090\eta^2 \varepsilon^4 + 570\varepsilon^6 + 1710\eta^2 \varepsilon^6) \\ & - \alpha^4 \sin^3 B (28 + 512\varepsilon^2 + 1908\varepsilon^4 + 2480\varepsilon^6 + 1056\varepsilon^8) \\ & + (5 + 24\eta^2 + 66\eta^4 + 80\eta^6 + 33\eta^8) \\ & - \alpha^2 (10 + 40\eta^2 + 40\varepsilon^2 + 30\eta^4 + 160\eta^2 \varepsilon^2 + 30\varepsilon^4 + 120\eta^2 \varepsilon^4 + 120\eta^4 \varepsilon^2 + 90\eta^4 \varepsilon^4) \\ & + \alpha^4 (5 + 56\varepsilon^2 + 154\varepsilon^4 + 160\varepsilon^6 + 57\varepsilon^8) \} \end{aligned} \quad (I, 35)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^3B}{dq^6} &= a \frac{V^2 \cos B}{\varphi^{12} \cos^6 \varphi} \{ \sin^6 \varphi (1 + 7\eta^2 - 222\eta^4 + 1702\eta^6) \\
&- a \sin^4 \varphi \sin B (31 + 184\eta^2 + 93\epsilon^2 + 552\eta^2\epsilon^2 + 706\eta^4 + 2118\eta^4\epsilon^2 - 1320\eta^6) \\
&+ a^2 \sin^3 \varphi \sin^3 B (180 + 1020\eta^2 + 1440\epsilon^2 + 2100\eta^4 + 8160\eta^2\epsilon^2 + 1620\epsilon^4 + 4860\eta^6 + 16800\eta^4\epsilon^2 + 9180\eta^2\epsilon^4) \\
&- a^3 \sin^2 \varphi \sin^5 B (390 + 1860\eta^2 + 5850\epsilon^2 + 3510\eta^4 + 27900\eta^2\epsilon^2 + 15470\epsilon^4 + 52650\eta^4\epsilon^2 + 73780\eta^2\epsilon^4 + 10530\epsilon^6) \\
&+ a^4 \sin \varphi \sin^4 B (360 + 1080\eta^2 + 8640\epsilon^2 + 25920\eta^2\epsilon^2 + 39360\epsilon^4 + 118080\eta^2\epsilon^4 + 60000\epsilon^6) \\
&- a^5 \sin^6 B (120 + 4200\epsilon^2 + 28800\epsilon^4 + 72864\epsilon^6) \\
&+ \sin^3 \varphi (58 + 346\eta^2 + 1284\eta^4 - 524\eta^6) \\
&- a \sin^2 \varphi \sin B (203 + 1182\eta^2 + 609\epsilon^2 + 2488\eta^4 + 3546\eta^2\epsilon^2 + 5010\eta^6 + 7464\eta^4\epsilon^2) \\
&- a^2 \sin^3 \varphi (90 + 510\eta^2 + 360\epsilon^2 + 1050\eta^4 + 2040\eta^2\epsilon^2 + 270\epsilon^4 + 2430\eta^6 + 4200\eta^4\epsilon^2 + 1530\eta^2\epsilon^4) \\
&+ a^2 \sin \varphi \sin^2 B (270 + 1410\eta^2 + 2160\epsilon^2 + 3210\eta^4 + 11280\eta^2\epsilon^2 + 2430\epsilon^4 + 2070\eta^6 + 25680\eta^4\epsilon^2 + 12690\eta^2\epsilon^4) \\
&+ a^3 \sin^2 \varphi \sin B (325 + 1550\eta^2 + 3315\epsilon^2 + 2925\eta^4 + 15810\eta^2\epsilon^2 + 6695\epsilon^4 + 29835\eta^4\epsilon^2 + 31930\eta^2\epsilon^4 + 3705\epsilon^6) \\
&- a^4 \sin \varphi \sin^2 B (420 + 1260\eta^2 + 7680\epsilon^2 + 23040\eta^2\epsilon^2 + 28620\epsilon^4 + 85860\eta^2\epsilon^4 + 37200\epsilon^6) \\
&- a^3 \sin^3 B (120 + 480\eta^2 + 1800\epsilon^2 + 360\eta^4 + 7200\eta^2\epsilon^2 + 4760\epsilon^4 + 5400\eta^4\epsilon^2 + 19040\eta^2\epsilon^4 + 3240\epsilon^6) \\
&+ a^5 \sin^3 B (180 + 5100\epsilon^2 + 29740\epsilon^4 + 65988\epsilon^6) \\
&+ \sin \varphi (61 + 367\eta^2 + 738\eta^4 + 1342\eta^6) \\
&- a^2 \sin \varphi (135 + 705\eta^2 + 540\epsilon^2 + 1605\eta^4 + 2820\eta^2\epsilon^2 + 405\epsilon^4 + 1035\eta^6 + 6420\eta^4\epsilon^2 + 2115\eta^2\epsilon^4) \\
&+ a^4 \sin \varphi (75 + 840\epsilon^2 + 225\eta^2 + 2520\eta^2\epsilon^2 + 2310\epsilon^4 + 6930\eta^2\epsilon^4 + 2400\epsilon^6) \\
&- a \sin B (40 + 224\eta^2 + 120\epsilon^2 + 616\eta^4 + 672\eta^2\epsilon^2 + 720\eta^6 + 1848\eta^4\epsilon^2) \\
&+ a^3 \sin B (100 + 400\eta^2 + 1020\epsilon^2 + 300\eta^4 + 4080\eta^2\epsilon^2 + 2060\epsilon^4 + 3060\eta^4\epsilon^2 + 8240\eta^2\epsilon^4 + 1140\epsilon^6) \\
&- a^5 \sin B (61 + 1263\epsilon^2 + 5890\epsilon^4 + 10974\epsilon^6) \} .
\end{aligned}$$

(I, 35)

U šesté derivace byly ponechány jen šesté mocniny excentricit. Řada (I, 30) rychle konverguje.

Jako kontrolu provedeme její inverzi. Platí totiž:

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi = & \frac{1}{\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}} \cdot \Delta B - \frac{\left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}}{2! \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^2} \cdot \Delta B^2 + \frac{1}{\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^5} \left\{ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} - \frac{1}{3!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} \right\} \cdot \Delta B^3 \\
 & - \frac{1}{\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^7} \left\{ \frac{5}{8} \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}^3 - \frac{5}{2!3!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} + \frac{1}{4!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^2 \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{\varphi_0} \right\} \cdot \Delta B^4 \\
 & + \frac{1}{\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^9} \left\{ \frac{1}{2!3!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0}^2 - \frac{2!}{4!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} + \frac{3!}{2!4!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^2 \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{\varphi_0} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{5!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^3 \cdot \left(\frac{d^5B}{d\varphi^5}\right)_{\varphi_0} + \frac{7}{8} \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}^4 \right\} \cdot \Delta B^5 \\
 & + \frac{1}{\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^{11}} \left\{ \frac{7}{4} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}^3 \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} - \frac{7}{18} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0}^2 \right. \\
 & \quad \left. - \frac{7}{4!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^2 \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}^2 \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{\varphi_0} + \frac{7}{3!4!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^3 \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{\varphi_0} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{7}{2!5!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^3 \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0} \cdot \left(\frac{d^5B}{d\varphi^5}\right)_{\varphi_0} - \frac{1}{6!} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{\varphi_0}^4 \cdot \left(\frac{d^6B}{d\varphi^6}\right)_{\varphi_0} - \frac{2!}{16} \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{\varphi_0}^5 \right\} \cdot \Delta B^6 + \dots
 \end{aligned} \tag{I, 37}$$

Tuto řadu však také dostaneme, zaměníme-li v rovnici (I, 30) všechny prvky elipsoidu prvního za veličiny elipsoidu druhého a naopak a dosadíme-li za hodnotu  $\alpha$  převratnou hodnotu  $\frac{1}{\alpha}$ . Výsledky musí být stejné.

## b) Změna azimutu

Podle rovnic (I, 23) a (I, 30) jsme převedli trigonometrickou síť s jednoho elipsoidu na druhý při nezměněné orientaci sítě. Pootočení sítě o hodnotu  $\Delta A$  provedeme na pomocné kouli. Síť převedeme s druhého elipsoidu na tuto pomocnou kouli zjednodušenými rovnicemi (I, 30) a (I, 23). Zde síť pootočíme a převedeme zpět stejným způsobem. Protože jsou všechny transformace konformní, změní se azimuty na kouli i na elipsoidu o stejnou hodnotu.

Pro převod s elipsoidu na kouli bude

$$\Delta L = p$$

$$q = \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \Delta B + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \Delta B^2 + \dots \quad (\text{I, 38})$$

Pro zpětný převod s koule na elipsoid pro nestočenou síť

$$\Delta B = \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} \cdot (Q - Q_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot (Q - Q_0)^2 + \dots \quad (\text{I, 39})$$

Pro pootočenou síť bude

$$\Delta L + \Delta L_A = p + \Delta p_A$$

$$(B + \Delta B_A - B_0) = \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} \cdot (Q + \Delta Q - Q_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot (Q + \Delta Q - Q_0)^2 + \dots \quad (\text{I, 40})$$

(Změny v souřadnicích, způsobené pootočením, jsou značeny indexem  $A$ .)

Odtud dostáváme

$$\begin{aligned} \Delta B_A = & \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} \cdot \Delta Q_A + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot [2(Q - Q_0) \cdot \Delta Q_A + \Delta Q_A^2] + \\ & + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3B}{dQ^3}\right)_{B_0} \cdot [3(Q - Q_0)^2 \cdot \Delta Q_A + 3(Q - Q_0) \cdot \Delta Q_A^2 + \Delta Q_A^3] + \dots \quad (\text{I, 41}) \end{aligned}$$

Pro naše účely můžeme tuto rovnici přepsat na tvar

$$\Delta B_A = \left\{ \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} + \left(\frac{Bd^2}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot (Q - Q_0) \right\} \cdot \Delta Q_A, \quad (\text{I, 42})$$

neboť pro  $\Delta A = 20''$ ,  $s_{\max} = 1000$  km je  $\Delta Q_A \doteq 4''$ .

Do rovnice (I, 42) dosadíme za  $q = (Q - Q_0)$ :

$$q = \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \Delta B + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \Delta B^2 + \dots$$

$$\Delta B_A = \left\{ \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} + \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot \Delta B + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot \Delta B^2 \right\} \cdot \Delta Q$$

(I, 43)

Nyní ještě nahradíme rozdíly  $\Delta B$  souřadnicovým rozdílem  $\Delta\varphi$ :

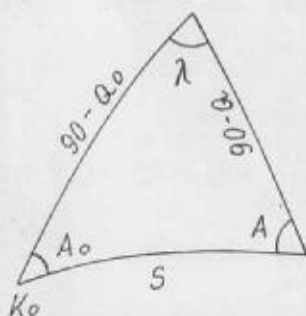
$$\Delta B = \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi^2 + \dots$$

$$\Delta B_A = \left\{ \left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} + \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi \right\} \Delta Q_A$$

$$\Delta L_A = \Delta p_A$$

(I, 44)

Určíme nyní velikost výrazů  $\Delta Q_A$  a  $\Delta p_A$ .



K odvození použijeme známých rovnic ze sférické trigonometrie.

$$\sin Q = \sin Q_0 \cos p + \cos Q_0 \sin p \cos A_0 \quad (\text{I, 45})$$

$$\sin p \cdot \sin A_0 = \sin p \cos Q \quad (\text{I, 46})$$

$$\cos p = \sin Q \sin Q_0 + \cos Q \cos Q_0 \cos p \quad (\text{I, 47})$$

$$\sin p \cdot \sin A = \cos Q_0 \cdot \sin p \quad (\text{I, 48})$$

$$\sin p \cdot \cos A = \sin Q_0 \cos Q - \cos Q_0 \sin Q \cos p \quad (\text{I, 49})$$

Změní-li se hodnota  $A_0$  o veličinu  $\Delta A_0$ , změní se sférické souřadnice o hodnoty  $\Delta Q_A$  a  $\Delta p_A$ :

$$\Delta Q_A = \left(\frac{dQ}{dA_0}\right)_{A_0} \cdot \Delta A_0 + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2Q}{dA_0^2}\right)_{A_0} \cdot \Delta A_0^2 + \dots \quad (\text{I, 50})$$

$$\Delta p_A = \left(\frac{dp}{dA_0}\right)_{A_0} \cdot \Delta A_0 + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2p}{dA_0^2}\right)_{A_0} \cdot \Delta A_0^2 + \dots \quad (\text{I, 51})$$

Derivováním rovnice (I, 45) podle  $A_0$  a po dosazení za  $(\sin p \cdot \sin A_0)$  z pravé strany rovnice (I, 46) bude

$$\frac{dQ}{dA_0} = -\cos Q_0 \cdot \sin p \quad (\text{I, 52})$$

Dále derivujeme podle  $A_0$  rovnici (I, 47). Dostáváme

$$\frac{dp}{dA_0} = -\sin Q_0 + \cos Q_0 \cdot \operatorname{tg} Q \cdot \operatorname{cosp} . \quad (\text{I, 53})$$

Dalším derivováním rovnic (I, 52) a (I, 53) dostáváme po úpravě

$$\frac{d^2 Q}{dA_0^2} = \sin Q_0 \cos Q_0 \operatorname{cosp} - \cos^2 Q_0 \operatorname{tg} Q \operatorname{cosp}^2 , \quad (\text{I, 54})$$

$$\frac{d^2 p}{dA_0^2} = \cos Q_0 \operatorname{sin} p \left( -\frac{\cos Q_0}{\cos^2 Q} \operatorname{cosp} + \operatorname{tg} Q \sin Q_0 - \operatorname{tg}^2 Q \cos Q_0 \operatorname{cosp} \right) \quad (\text{I, 55})$$

Odtud je po dosazení do rovnic (I, 50) a (I, 51)

$$\begin{aligned} \Delta Q_A &= -\cos Q_0 \cdot \operatorname{sin} p \cdot \Delta A_0 \\ &+ \frac{1}{2} (\sin Q_0 \cos Q_0 \operatorname{cosp} - \cos^2 Q_0 \operatorname{tg} Q \operatorname{cosp}^2) \cdot \Delta A_0^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{I, 56})$$

$$\begin{aligned} \Delta p_A &= (-\sin Q_0 + \cos Q_0 \cdot \operatorname{tg} Q \cdot \operatorname{cosp}) \cdot \Delta A_0 \\ &+ \frac{1}{2} \cos Q_0 \cdot \operatorname{sin} p \left( -\frac{\cos Q_0}{\cos^2 Q} \operatorname{cosp} + \operatorname{tg} Q \sin Q_0 - \operatorname{tg}^2 Q \cos Q_0 \operatorname{cosp} \right) \cdot \Delta A_0^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{I, 57})$$

Těchto rovnic použijeme pro zeměpisné šířky větší než  $60^\circ$ . Pro menší zeměpisné šířky můžeme goniometrické funkce vztažené k proměnnému bodu rozvinout v Taylorovu řadu vzhledem k základnímu bodu  $K_0$ . Užijeme při tom rovnic

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sin} p &= p - \frac{1}{3!} p^3 + \frac{1}{5!} p^5 - \dots \\ \operatorname{cosp} &= 1 - \frac{1}{2!} p^2 + \frac{1}{4!} p^4 - \dots \\ \operatorname{cos}^2 p &= 1 - p^2 \\ \operatorname{tg} Q &= t_0 + (1 + t_0^2) q + t_0 (1 + t_0^2) q^2 + \frac{1}{3} (1 + 4t_0^2 + 3t_0^4) q^3 \\ &+ \frac{1}{3} t_0 (2 + 5t_0^2 + 3t_0^4) q^4 + \frac{1}{15} (2 + 17t_0^2 + 30t_0^4 + 15t_0^6) q^5 \\ &+ \frac{1}{45} t_0 (17 + 77t_0^2 + 105t_0^4 + 45t_0^6) q^6 \\ &+ \frac{1}{315} (17 + 248t_0^2 + 756t_0^4 + 840t_0^6 + 315t_0^8) q^7 \end{aligned} \right\} (\text{I, 58})$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{315} t_0 (62 + 440t_0^2 + 1008t_0^4 + 945t_0^6 + 315t_0^8) q^8 \\
& + \frac{1}{2835} (62 + 1382t_0^2 + 6360t_0^4 + 11655t_0^6 + 9450t_0^8 + 2835t_0^{10}) q^9 \\
& + \frac{1}{14175} t_0 (1382 + 14102t_0^2 + 47685t_0^4 + 72765t_0^6 + 51975t_0^8 + \\
& \quad + 14175t_0^{10}) q^{10} \\
& + \frac{1}{155925} (1382 + 43688t_0^2 + 280731t_0^4 + 747780t_0^6 + 977130t_0^8 + \\
& \quad + 623700t_0^{10} + 155925t_0^{12}) \cdot q^{11} \\
& + \frac{1}{1871100} t_0 (87376 + 1210300t_0^2 + 5609604t_0^4 + 12303720t_0^6 + \\
& \quad + 14054040t_0^8 + 8108100t_0^{10} + 1871100t_0^{12}) \cdot q^{12} \\
& + \frac{1}{6081075} (21844 + 929569t_0^2 + 7919730t_0^4 + 28543515t_0^6 + \\
& \quad + 53153100t_0^8 + 53918865t_0^{10} + 28378350t_0^{12} + \\
& \quad + 6081075t_0^{14}) \cdot q^{13} + \dots
\end{aligned} \tag{I, 58}$$

kde značí

$$t_0 = \operatorname{tg} Q_0,$$

$$q = (Q - Q_0).$$

Dále pak

$$\operatorname{tg}^2 Q = \operatorname{tg}^2 Q_0 + 2\operatorname{tg} Q_0 (1 + \operatorname{tg}^2 Q_0) \cdot (Q - Q_0),$$

$$\frac{1}{\cos^2 Q} = \frac{1}{\cos^2 Q_0}.$$

Dosazením do rovnice (I, 56) dostáváme

$$\begin{aligned}
\Delta Q_A &= -\cos Q_0 \cdot \Delta A_0 \cdot p - \frac{1}{2} \cdot \Delta A_0^2 \cdot q \\
& - \frac{1}{2} \operatorname{tg} Q_0 \cdot \Delta A_0^2 \cdot q^2 \\
& + \frac{1}{3!} \cos Q_0 \cdot \Delta A_0 \cdot p^3 \\
& - \frac{1}{5!} \cos Q_0 \cdot \Delta A_0 \cdot p^5.
\end{aligned} \tag{I, 59}$$

Sem dosadíme ještě

$$q = \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi$$

$$p = a \cdot \Delta\lambda$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_A = & -a \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda - \frac{1}{2} \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0^2 \cdot \Delta\varphi \\ & - \frac{1}{2} \operatorname{tg} B_0 \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0}^2 \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0}^2 \cdot \Delta A_0^2 \cdot \Delta\varphi^2 \\ & + \frac{\alpha^3}{3!} \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^3 - \frac{\alpha^5}{5!} \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^5 + \dots \end{aligned} \quad (\text{I, 60})$$

a konečně spojením rovnic (I, 60) a první rovnice (I, 44) bude

$$\begin{aligned} \Delta B_A = & -a \left( \frac{dB}{dQ} \right)_{B_0} \cdot \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda - \frac{1}{2} \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0^2 \cdot \Delta\varphi \\ & - \frac{1}{2} \left[ \operatorname{tg} B_0 \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0}^2 \cdot \Delta A_0^2 + \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{d^2 B}{dQ^2} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0}^2 \cdot \Delta A_0^2 \right] \cdot \Delta\varphi^2 \\ & - a \cdot \cos B_0 \cdot \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{d^2 B}{dQ^2} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda \cdot \Delta\varphi \\ & - \frac{1}{2} \operatorname{tg} B_0 \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0}^3 \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0}^3 \cdot \left( \frac{d^2 B}{dQ^2} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0^2 \cdot \Delta\varphi^3 \\ & + \frac{\alpha^3}{3!} \cos B_0 \left( \frac{dB}{dQ} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^3 + \frac{\alpha^3}{3!} \cos B_0 \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{d^2 B}{dQ^2} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^3 \cdot \Delta\varphi \\ & - \frac{\alpha^5}{5!} \cos B_0 \left( \frac{dB}{dQ} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^5 \\ & - \frac{\alpha^5}{5!} \cos B_0 \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{d^2 B}{dQ^2} \right)_{B_0} \cdot \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta\lambda^5 \cdot \Delta\varphi + \dots \end{aligned} \quad (\text{I, 61})$$

Použijeme nyní řad, obdobných řadě (I, 30):

$$\Delta Q = \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \Delta B + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2 Q}{dB^2} \right)_{B_0} \cdot \Delta B^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3 Q}{dB^3} \right)_{B_0} \cdot \Delta B^3 + \dots,$$

kde  $B_0 = Q_0$ . V derivacích (I, 21), (I, 31) atd. nahradíme hodnotu  $\eta^2$  veličinou  $\varepsilon^2$ , a veličinu  $\varepsilon^2$  položíme v těchto rovnicích rovnou nule. Dále pak  $a = 1$ . Dostáváme:



$$\left. \begin{aligned}
\left(\frac{dB}{dQ}\right)_{B_0} &= V_0^2 \\
\left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} &= \alpha \frac{V_0^2 \cdot \cos B_0}{v_0^2 \cdot \cos \varphi_0} \\
\left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} &= \frac{1}{V_0^2} \\
\left(\frac{d^2B}{dQ^2}\right)_{B_0} &= -3V_0^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \operatorname{tg} B_0 .
\end{aligned} \right\} \text{(I, 62)}$$

Tím dostaneme konečný tvar rovnice pro  $\Delta B_A$ :

$$\begin{aligned}
\Delta B_A &= -\alpha V_0^2 \cdot \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda - \frac{1}{2} \alpha \frac{V_0^2 \cos B_0}{v_0^2 \cos \varphi_0} \Delta A_0^2 \cdot \Delta \varphi \\
&\quad - \frac{1}{4} \alpha^2 \frac{V_0^2 \sin 2B_0}{v_0^4 \cos^2 \varphi_0} \Delta A_0^2 \Delta \varphi^2 + \frac{3}{2} \alpha^2 \varepsilon_0^2 \frac{V_0^2 \sin 2B_0}{v_0^2 \cos \varphi_0} \Delta A_0 \Delta \varphi \Delta \lambda \\
&\quad + \frac{\alpha^3}{3!} V_0^2 \cos B_0 \Delta A_0 \Delta \lambda^3 - \frac{1}{4} \alpha^4 \varepsilon_0^2 \frac{V_0^2 \sin 2B_0}{v_0^2 \cos \varphi_0} \Delta A_0 \Delta \lambda^3 \Delta \varphi \\
&\quad - \frac{\alpha^5}{5!} V_0^2 \cos B_0 \Delta A_0 \Delta \lambda^5 + \dots
\end{aligned} \text{(I, 63)}$$

Zcela obdobným způsobem odvodíme rovnici pro výraz  $\Delta p_A$ .

$$\begin{aligned}
\Delta p_A &= \frac{1}{c_0} \Delta A_0 \cdot q - \frac{1}{2} \Delta A_0^2 \cdot p & t_0 &= \operatorname{tg} B_0 \\
&\quad + \frac{s_0}{c_0^2} \Delta A_0 \cdot q^2 - \frac{s_0}{2} \Delta A_0 p^2 - \frac{1}{2} t_0 \cdot \Delta A_0^2 \cdot p \cdot q & s_0 &= \sin B_0 \\
&\quad + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{c_0} (1 + 3t_0^2) \cdot \Delta A_0 \cdot q^3 - \frac{1}{2c_0} \Delta A_0 p^2 q + \frac{1}{2} t_0^2 \Delta A_0^2 p q^2 + & c_0 &= \cos B_0 \\
&\quad \quad \quad + \left(\frac{1}{3} + \frac{s_0^2}{4}\right) \cdot \Delta A_0^2 p^3 \\
&\quad + \frac{1}{3} \frac{s_0}{c_0^2} (2 + 3t_0^2) \Delta A_0 q^4 - \frac{s_0}{2c_0^2} \Delta A_0 p^2 q^2 + \frac{s_0}{4!} \Delta A_0 p^4 \\
&\quad + \frac{1}{15c_0} (2 + 15t_0^2 + 15t_0^4) \Delta A_0 q^5 - \frac{1}{6c_0} (1 + 3t_0^2) \Delta A_0 p^2 q^3 + \frac{1}{4!c_0} \Delta A_0 \cdot p^4 q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{45} s_0 (17 + 60r_0^2 + 45t_0^4) \Delta A_0 q^6 - \frac{1}{6} \frac{s_0}{c_0^2} (2 + 3t_0^2) \Delta A_0 p^2 q^4 + \\
& \qquad \qquad \qquad + \frac{1}{4!} \cdot \frac{s_0}{c_0^2} \Delta A_0 p^4 q^2 \\
& + \frac{1}{315c_0} (17 + 231t_0^2 + 525t_0^4 + 315t_0^6) \Delta A_0 \cdot q^7 - \\
& \qquad \qquad \qquad - \frac{1}{30c_0} (2 + 15t_0^2 + 15t_0^4) \Delta A_0 p^2 q^5 \\
& + \frac{1}{72c_0} (1 + 3t_0^2) \Delta A_0 \cdot p^4 \cdot q^3 \\
& + \frac{1}{315} s_0 (62 + 378t_0^2 + 630t_0^4 + 315t_0^6) \Delta A_0 q^8 - \\
& \qquad \qquad \qquad - \frac{1}{90} \cdot s_0 (17 + 60t_0^2 + 45t_0^4) \Delta A_0 \cdot p^2 q^6 \\
& + \frac{1}{2835} \frac{1}{c_0} (62 + 1320t_0^2 + 5040t_0^4 + 6615t_0^6 + 2835t_0^8) \Delta A_0 \cdot q^9 \qquad (I, 64) \\
& + \frac{1}{630c_0} (17 + 231t_0^2 + 525t_0^4 + 315t_0^6) \Delta A_0 \cdot p^2 \cdot q^7 \\
& + \frac{1}{14175} \cdot s_0 (1382 + 12720t_0^2 + 34965t_0^4 + 37800t_0^6 + 14175t_0^8) \Delta A_0 q^{10} \\
& + \frac{1}{155925c_0} (1382 + 42306t_0^2 + 238425t_0^4 + 509355t_0^6 + 467775t_0^8 + \\
& \qquad \qquad \qquad + 155925t_0^{10}) \Delta A_0 q^{11} \\
& + \frac{s_0}{1871100} (87376 + 1122924t_0^2 + 4486680t_0^4 + 7817040t_0^6 + \\
& \qquad \qquad \qquad + 6237000t_0^8 + 1871100t_0^{10}) \Delta A_0 q^{12} \\
& + \frac{1}{6081075c_0} (21844 + 907725t_0^2 + 7012005t_0^4 + 21531510t_0^6 \\
& \qquad \qquad \qquad + 31621590t_0^8 + 22297275t_0^{10} + 6081075t_0^{12}) \cdot \Delta A_0 q^{13} + \dots
\end{aligned}$$

Nyní nahradíme souřadnicové rozdíly na kouli  $p, q$  souřadnicovými rozdíly  $\Delta\varphi, \Delta\lambda$  na prvním elipsoidu. Platí

$$\begin{aligned}
q &= \left( \frac{dQ}{dB} \right)_{B_0} \cdot \Delta B + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2Q}{dB^2} \right)_{B_0} \cdot \Delta B^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3Q}{dB^3} \right)_{B_0} \cdot \Delta B^3 + \dots \\
\Delta B &= \left( \frac{dB}{d\varphi} \right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2B}{d\varphi^2} \right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3B}{d\varphi^3} \right)_{B_0} \cdot \Delta\varphi^3 + \dots
\end{aligned}$$

Spojením obou rovnic dostáváme

$$\begin{aligned}
 q &= \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \Delta\varphi & (I, 65) \\
 &+ \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} + \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0}^2 \right] \cdot \Delta\varphi^2 \\
 &+ \frac{1}{3!} \left[ \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{B_0} + 3 \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} + \left(\frac{d^3Q}{dB^3}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0}^3 \right] \cdot \Delta\varphi^3 \\
 &+ \frac{1}{4!} \left[ \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{B_0} + 3 \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0}^2 + 4 \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{B_0} \right. \\
 &\quad \left. + 6 \left(\frac{d^3Q}{dB^3}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} + \left(\frac{d^4Q}{dB^4}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0}^4 \right] \cdot \Delta\varphi^4 \\
 &+ \frac{1}{5!} \left[ \left(\frac{dQ}{dB}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^5B}{d\varphi^5}\right)_{B_0} + 5 \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^4B}{d\varphi^4}\right)_{B_0} + 10 \left(\frac{d^2Q}{dB^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{B_0} \right. \\
 &\quad + 15 \left(\frac{d^3Q}{dB^3}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0}^2 + 10 \left(\frac{d^3Q}{dB^3}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0}^2 \cdot \left(\frac{d^3B}{d\varphi^3}\right)_{B_0} \\
 &\quad \left. + 10 \left(\frac{d^4Q}{dB^4}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{d^2B}{d\varphi^2}\right)_{B_0} + \left(\frac{d^5Q}{dB^5}\right)_{B_0} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)_{B_0}^5 \right] \cdot \Delta\varphi^5 + \dots
 \end{aligned}$$

Použijeme opět derivací vypočtených pro řadu (I, 30).

Derivace  $\left(\frac{d^n B}{d\varphi^n}\right)$  již byly vypočteny dříve. Při výpočtu derivací  $\left(\frac{d^n Q}{dB^n}\right)$  položíme v řadě (I, 30) hodnotu  $\varepsilon^2$  rovnou nule,  $V_0^2$  rovnou jednotce. Dále píšeme místo  $v$  hodnotu  $V$ , místo funkcí  $\varphi$  a  $B$  píšeme všude funkci  $B$ , a konečně místo  $\eta^2$  hodnotu  $\varepsilon^2$ . Poměr  $\alpha$  bude roven jedné. Po těchto úpravách dostáváme:

$$\begin{aligned}
 \frac{dQ}{dB} &= \frac{1}{V^2} \\
 \frac{d^2Q}{dB^2} &= \frac{3\varepsilon^2 \sin B}{V^4 \cos B} \\
 \frac{d^3Q}{dB^3} &= \frac{\varepsilon^2}{V^6 \cos^2 B} [(4 + 3\varepsilon^2) - (7 - 9\varepsilon^2) \sin^2 B] \\
 \frac{d^4Q}{dB^4} &= \frac{\varepsilon^2}{V^8 \cos^3 B} [(15 - 80\varepsilon^2 + 27\varepsilon^4) \sin^3 B + (-15 + 35\varepsilon^2 + 33\varepsilon^4) \sin B] \\
 \frac{d^5Q}{dB^5} &= \frac{\varepsilon^2}{V^{10} \cos^4 B} [(-31 + 471\varepsilon^2 - 625\varepsilon^4 + 81\varepsilon^6) \sin^4 B \\
 &\quad + (47 - 462\varepsilon^2 + 5\varepsilon^4 + 246\varepsilon^6) \sin^2 B \\
 &\quad - 16 + 36\varepsilon^2 + 80\varepsilon^4 + 33\varepsilon^6] .
 \end{aligned} \tag{I, 66}$$

Dosadíme do rovnice (I, 65) a dostaneme

$$\begin{aligned}
 q = & \alpha \frac{\cos B}{v^2 \cos \varphi} \Delta \varphi + \frac{1}{2!} \alpha \frac{\cos B}{v^4 \cos^2 \varphi} [(1 + 3\eta^2) \sin \varphi - a \sin B] \cdot \Delta \varphi^2 \\
 & + \frac{1}{3!} \alpha \frac{\cos B}{v^6 \cos^3 \varphi} [(1 + 2\eta^2 + 9\eta^4) \sin^2 \varphi - a(3 + 9\eta^2) \sin \varphi \sin B \\
 & \quad + 2a^2 \sin^2 B + (1 + 4\eta^2 + 3\eta^4) - a^2] \cdot \Delta \varphi^3 \\
 & + \frac{1}{4!} \alpha \frac{\cos B}{v^8 \cos^4 \varphi} [\sin^3 \varphi (1 + 5\eta^2) - a \sin^2 \varphi \sin B (7 + 26\eta^2) \\
 & \quad + a^2 \sin \varphi \sin^2 B (12 + 36\eta^2) + \sin \varphi (5 + 19\eta^2) \\
 & \quad - a^2 \sin \varphi (6 + 18\eta^2) - 6a^3 \sin^3 B \\
 & \quad - a \sin B (4 + 16\eta^2) + 5a^3 \sin B] \cdot \Delta \varphi^4 \\
 & + \frac{1}{5!} \alpha \frac{\cos B}{v^{10} \cos^5 \varphi} [\sin^4 \varphi - 15a \sin^3 \varphi \sin B + 50a^2 \sin^2 \varphi \sin^2 B \\
 & \quad - 60a^3 \sin \varphi \sin^3 B + 24a^4 \sin^4 B + 18 \sin^2 \varphi \\
 & \quad - 25a^2 \sin^2 \varphi - 35a \sin \varphi \sin B + 50a^3 \sin \varphi \sin B \\
 & \quad + 20a^2 \sin^2 B - 28a^4 \sin^2 B + 5 - 10a^2 + 5a^4] \cdot \Delta \varphi^5 + \dots
 \end{aligned} \tag{I, 67}$$

Protože maximální rozdíl šířek na prvním a na druhém elipsoidu bude menší než  $20''$ , bude

$$(\sin \varphi - \sin B) < 0,0001$$

$$(\cos \varphi - \cos B) < 0,0001 .$$

Dále pro maximální vzdálenost  $s = 1000$  km od výchozího bodu platí

$$\Delta \varphi = 0,157$$

$$\Delta \varphi^2 = 0,025$$

$$\Delta \varphi^3 = 0,004$$

$$\Delta \varphi^4 = 0,0006$$

$$\Delta \varphi^5 = 0,0001$$

$$\Delta \varphi^6 = 0,000015$$

$$\Delta \varphi^7 = 0,0000023$$

$$\Delta \varphi^8 = 0,0000004$$

$$\Delta \varphi^9 = 0,00000006$$

$$\Delta \varphi^{10} = 0,000000009$$

$$\Delta \varphi^{11} = 0,0000000014$$

$$\Delta \varphi^{12} = 0,00000000022$$

Veličina  $\alpha$  bude zpravidla menší než 1,001. Rovnici (I, 67) můžeme tedy zjednodušit na tvar

$$\begin{aligned}
 q &= \alpha \frac{\cos B_0}{v_0^2 \cos^2 \varphi_0} \Delta \varphi + \frac{1}{2!} \alpha \frac{\operatorname{tg} B_0}{v_0^4} [-\Delta \alpha + 3\eta_0^2] \cdot \Delta \varphi^2 \\
 &+ \frac{1}{3!} [-(\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \operatorname{tg}^2 B_0 - 2\Delta \alpha + 4\eta_0^2] \cdot \Delta \varphi^3 \\
 &- \frac{15}{4!} \eta_0^2 \operatorname{tg} B_0 \cdot \Delta \varphi^4 + \dots, \quad (\text{I, 68})
 \end{aligned}$$

kde značí

$$\Delta \alpha = (\alpha - 1)$$

$$\begin{aligned}
 q^2 &= \frac{\alpha^2 \cos^2 B_0}{v_0^4 \cos^2 \varphi_0} \Delta \varphi^2 + \frac{\operatorname{tg} B_0}{v_0^6} (-\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \Delta \varphi^3 \\
 &+ \frac{1}{3} \{ -(\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \operatorname{tg}^2 B_0 - 2\Delta \alpha + 4\eta_0^2 \} \Delta \varphi^4 \\
 &- \frac{5}{4} \eta_0^2 \cdot \operatorname{tg} B_0 \cdot \Delta \varphi^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q^3 &= \frac{\alpha^3 \cos^3 B_0}{v_0^6 \cos^3 \varphi_0} \Delta \varphi^3 + \frac{3}{2} \operatorname{tg} B_0 \cdot (-\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \cdot \Delta \varphi^4 \\
 &+ \frac{1}{2} \{ -(\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \cdot \operatorname{tg}^2 B_0 - 2\Delta \alpha + 4\eta_0^2 \} \cdot \Delta \varphi^5 \quad (\text{I, 69})
 \end{aligned}$$

$$q^4 = \frac{\alpha^4 \cos^4 B_0}{v_0^8 \cos^4 \varphi_0} \Delta \varphi^4 + 2 \operatorname{tg} B_0 (-\Delta \alpha + 3\eta_0^2) \cdot \Delta \varphi^5$$

a dále

$$p = \alpha \cdot \Delta \lambda.$$

Po dosazení bude

$$\begin{aligned}
 \Delta p_A &= \alpha \frac{\Delta A_0}{v_0^2 \cos \varphi_0} \Delta \varphi - \frac{1}{2} \Delta A_0^2 \cdot \Delta \lambda \\
 &+ \alpha \frac{\Delta A_0 \sin B_0}{v_0^4 \cos^2 \varphi_0} \left[ \frac{1}{2} (3\eta_0^2 + \Delta \alpha) + 1 \right] \Delta \varphi^2 - \frac{\alpha^2}{2} \sin B_0 \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda^2 - \\
 &\quad - \frac{1}{2} \operatorname{tg} B_0 \Delta A_0^2 \Delta \varphi \Delta \lambda \\
 &+ \alpha^3 \frac{\Delta A_0 \cos^2 B_0}{3! v_0^6 \cos^3 \varphi_0} [2 + \operatorname{tg}^2 B_0 (6 - 7\Delta \alpha + 15\eta_0^2) - 2\Delta \alpha + 4\eta_0^2] \cdot \Delta \varphi^3 \\
 &\quad + \alpha^3 \frac{\Delta A_0}{2v_0^2 \cdot \cos \varphi_0} \Delta \varphi \Delta \lambda^2 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 B_0 \cdot \Delta A_0^2 \cdot \Delta \varphi^2 \cdot \Delta \lambda
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha^4 \frac{\cos^2 B_0 \sin B_0}{4! v_0^8 \cos^4 \varphi_0} \Delta A_0 [(16 + 53\eta_0^2 - 28\Delta\alpha) + 4\text{tg}^2 B_0 (6 + 21\eta_0^2 - 11\Delta\alpha)] \cdot \Delta\varphi^4 \\
& \quad - \alpha^4 \frac{\Delta A_0 \sin B_0}{4v_0^4 \cos^2 \varphi_0} (2 + 3\eta_0^2 - \Delta\alpha) \Delta\varphi^2 \Delta\lambda^2 + \alpha^4 \frac{\sin B_0}{4!} \Delta A_0 \Delta\lambda^4 \\
& + \alpha^5 \frac{\Delta A_0 \cdot \cos^4 B_0}{60v_0^{10} \cdot \cos^5 \varphi_0} [8 + (60 + 255\eta_0^2 - 150\Delta\alpha) \text{tg}^2 B_0 + \\
& \quad (60 + 270\eta_0^2 - 150\Delta\alpha) \text{tg}^4 B_0] \Delta\varphi^5 \\
& \quad - \alpha^5 \frac{\Delta A_0 \cdot \cos^2 B_0}{12v_0^6 \cdot \cos^3 \varphi_0} [2 + 4\eta_0^2 - 2\Delta\alpha + \text{tg}^2 B_0 (6 + 15\eta_0^2 - 7\Delta\alpha)] \\
& \quad + \alpha^5 \frac{\Delta A_0}{4! v_0^2 \cos \varphi_0} \Delta\varphi \Delta\lambda^4 \\
& + \frac{\Delta A_0 \cdot \sin B_0}{45v_0^{12}} (17 + 60\text{tg}^2 B_0 + 45\text{tg}^4 B_0) \Delta\varphi^3 - \frac{\sin B_0}{6v_0^8 \cos^2 \varphi_0} \\
& \quad (2 + 3\text{tg}^2 B_0) \Delta A_0 \Delta\lambda^2 \Delta\varphi^4 \\
& \quad + \frac{1}{4!} \Delta A_0 \frac{\sin B_0}{\cos^2 \varphi_0} \Delta\lambda^4 \Delta\varphi^2 \\
& + \frac{\Delta A_0}{315 \cos \varphi_0 \cdot v_0^{14}} (17 + 231\text{tg}^2 B_0 + 525\text{tg}^4 B_0 + 315\text{tg}^6 B_0) \Delta\varphi^7 \\
& - \frac{\Delta A_0}{30v_0^{16} \cos \varphi_0} (2 + 15\text{tg}^2 B_0 + 15\text{tg}^4 B_0) \Delta\lambda^2 \Delta\varphi^5 + \frac{\Delta A_0}{72 \cos \varphi_0} (1 + 3\text{tg}^2 B_0) \Delta\lambda^4 \Delta\varphi^3 \\
& + \frac{\Delta A_0 \sin B_0}{315v_0^{16}} (62 + 378\text{tg}^2 B_0 + 630\text{tg}^4 B_0 + 315\text{tg}^6 B_0) \Delta\varphi^5 \\
& \quad - \frac{\Delta A_0}{90} \cdot \frac{\sin B_0}{v_0^{12}} (17 + 60\text{tg}^2 B_0 + 45\text{tg}^4 B_0) \Delta\lambda^2 \Delta\varphi^5 \\
& + \frac{\Delta A_0}{2835 \cos \varphi_0} (62 + 1320\text{tg}^2 B_0 + 5040\text{tg}^4 B_0 + 6615\text{tg}^6 B_0 + 2835\text{tg}^8 B_0) \cdot \Delta\varphi^9 \\
& + \frac{\Delta A_0 \cdot \sin B_0}{14175} (1382 + 12720\text{tg}^2 B_0 + 34965\text{tg}^4 B_0 + 37800\text{tg}^6 B_0 \\
& \quad + 14175\text{tg}^8 B_0) \cdot \Delta\varphi^{10} \\
& + \frac{\Delta A_0}{155925 \cos \varphi_0} (1382 + 42306\text{tg}^2 B_0 + 238425\text{tg}^4 B_0 + 509355\text{tg}^6 B_0 \\
& \quad + 467775\text{tg}^8 B_0 + 155925\text{tg}^{10} B_0) \cdot \Delta\varphi^{11} \\
& + \frac{\Delta A_0 \cdot \sin B_0}{1871100} (87376 + 1122924 \text{tg}^2 B_0 + 4486680 \text{tg}^4 B_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 7817040 \operatorname{tg}^8 B_0 + 6237000 \operatorname{tg}^8 B_0 + 1871100 \operatorname{tg}^{10} B_0) \cdot \Delta \varphi^{12} \quad (\text{I, 70}) \\
& + \frac{\Delta A_0}{6081075 \cos \varphi_0} (21844 + 907725 \operatorname{tg}^2 B_0 + 7012005 \cdot \operatorname{tg}^4 B_0 \\
& \quad + 21531510 \operatorname{tg}^6 B_0 + 31621590 \operatorname{tg}^8 B_0 \\
& \quad + 22297275 \operatorname{tg}^{10} B_0 + 6081075 \operatorname{tg}^{12} B_0) \cdot \Delta \varphi^{13} + \dots
\end{aligned}$$

Transformované souřadnice libovolného bodu  $P$  tedy budou

$$\begin{aligned}
B &= B_0 + \Delta B + \Delta B_A \\
L &= L_0 + \alpha \Delta \lambda + \Delta p_A \quad (\text{I, 71})
\end{aligned}$$

kde příslušné hodnoty jsou určeny rovnicemi (I, 30) až (I, 36), (I, 63) a (I, 70).

### c) Řada pro délkové skreslení, změna měřítka sítě

#### ca) Výpočet konstanty $\alpha$

V odstavci a) jsme si odvodili vzorec pro délkové skreslení

$$\tau = \frac{M dB}{m d\varphi} = \frac{N \cos B \cdot dL}{n \cos \varphi \cdot d\lambda} \quad (\text{I, 19})$$

V bodě  $K_0$  nechť má být měřítko sítě změněno v poměru  $\tau_0$ . Pak můžeme určit konstantu  $\alpha$

$$\alpha = \tau_0 \cdot \frac{n_0 \cos \varphi_0}{N_0 \cos B_0} \quad (\text{I, 72})$$

#### cb) Délkové skreslení při převodu sítě s elipsoidu na jiný elipsoid beze změny orientace sítě

Nejprve berme v úvahu pouhý převod sítě beze změny azimutu. Rovnici (I, 19) rozvedeme v Taylorovu řadu vzhledem k základnímu bodu  $K_0$ . Platí

$$\tau = \tau_0 + \left( \frac{d\tau}{d\varphi} \right)_{\varphi_0} \cdot \Delta \varphi + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2\tau}{d\varphi^2} \right)_{\varphi_0} \cdot \Delta \varphi^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3\tau}{d\varphi^3} \right)_{\varphi_0} \cdot \Delta \varphi^3 + \dots \quad (\text{I, 73})$$

Zde je

$$\tau_0 = \alpha \frac{N_0 \cos B_0}{n_0 \cos \varphi_0} = \alpha \frac{C \cdot v_0 \cdot \cos B_0}{c \cdot V_0 \cdot \cos \varphi_0} \quad (\text{I, 74})$$

Dalším derivováním této rovnice dostáváme postupně

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \alpha \frac{C \cdot \cos B}{c \cdot v \cdot V \cdot \cos^2 \varphi} (\sin \varphi - \alpha \sin B) \quad (\text{I, 75})$$

$$\frac{d^2\tau}{d\varphi^2} = \alpha \frac{C \cdot \cos B}{c \cdot v^3 \cdot V \cdot \cos^3 \varphi} [\sin^2 \varphi (1 + 2\eta^2) - 3\alpha \sin \varphi \sin B (1 + \eta^2)]$$

$$+ \alpha^2 \sin^2 B (2 + \varepsilon^2) + (1 + \eta^2) - \alpha^2 (1 + \varepsilon^2)] \quad (\text{I, 76})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \tau}{d\varphi^3} = \alpha \frac{C \cdot \cos B}{c \cdot v^5 \cdot V \cdot \cos^4 \varphi} & [(1 + 2\eta^2 + 4\eta^4) \sin^3 \varphi - \alpha(7 + 17\eta^2 + 9\eta^4) \sin^2 \varphi \sin B \\ & + \alpha^2 (12 + 18\eta^2 + 6\varepsilon^2 + 9\eta^2 \varepsilon^2) \sin \varphi \sin^2 B \\ & - \alpha^3 (6 + 9\varepsilon^2 + 4\varepsilon^4) \sin^3 B \\ & + (5 + 13\eta^2 + 8\eta^4) \sin \varphi \\ & - \alpha^2 (6 + 9\eta^2 + 6\varepsilon^2 + 9\eta^2 \varepsilon^2) \sin \varphi \\ & - \alpha (4 + 7\eta^2 + 3\eta^4) \sin B \\ & + \alpha^3 (5 + 9\varepsilon^2 + 4\varepsilon^4) \sin B] \end{aligned} \quad (\text{I, 77})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \tau}{d\varphi^4} = \alpha \frac{C \cdot \cos B}{c \cdot v^7 \cdot V \cdot \cos^5 \varphi} & [\sin^4 \varphi (1 + 4\eta^2 - 4\eta^4 + 8\eta^6) \\ & - \alpha \sin^3 \varphi \sin B (15 + 51\eta^2 + 71\eta^4 + 27\eta^6) \\ & + \alpha^2 \sin^2 \varphi \sin^2 B (50 + 148\eta^2 + 25\varepsilon^2 + 74\eta^2 \varepsilon^2 + 126\eta^4 + 63\eta^4 \varepsilon^2) \\ & - \alpha^3 \sin \varphi \sin^3 B (60 + 90\varepsilon^2 + 108\eta^2 + 40\varepsilon^4 + 162\eta^2 \varepsilon^2 + 72\eta^2 \varepsilon^4) \\ & + \alpha^4 \sin^4 B (24 + 72\varepsilon^2 + 77\varepsilon^4 + 28\varepsilon^6) \\ & + \sin^2 \varphi (18 + 62\eta^2 + 88\eta^4 + 44\eta^6) \\ & - \alpha^2 \sin^2 \varphi (25 + 74\eta^2 + 25\varepsilon^2 + 74\eta^2 \varepsilon^2 + 63\eta^4 + 63\eta^4 \varepsilon^2) \\ & - \alpha \sin \varphi \sin B (35 + 111\eta^2 + 109\eta^4 + 33\eta^6) \\ & + \alpha^3 \sin \varphi \sin B (50 + 90\eta^2 + 90\varepsilon^2 + 40\varepsilon^4 + 162\eta^2 \varepsilon^2 + 72\eta^2 \varepsilon^4) \\ & - \alpha^4 \sin^2 B (28 + 86\varepsilon^2 + 90\varepsilon^4 + 32\varepsilon^6) \\ & + \alpha^2 \sin^2 B (20 + 44\eta^2 + 10\varepsilon^2 + 24\eta^4 + 22\eta^2 \varepsilon^2 + 12\eta^4 \varepsilon^2) \\ & + (5 + 18\eta^2 + 21\eta^4 + 8\eta^6) \\ & - \alpha^2 (10 + 22\eta^2 + 10\varepsilon^2 + 22\eta^2 \varepsilon^2 + 12\eta^4 + 12\eta^4 \varepsilon^2) \\ & + \alpha^4 (5 + 14\varepsilon^2 + 13\varepsilon^4 + 4\varepsilon^6)] \end{aligned} \quad (\text{I, 78})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^5 \tau}{d\varphi^5} = \alpha \frac{C \cdot \cos B}{c \cdot v^9 \cdot V \cdot \cos^6 \varphi} & [\sin^5 \varphi (1 + 4\eta^2 + 36\eta^4) \\ & - \alpha \cdot \sin^4 \varphi \sin B (31 + 139\eta^2 + 211\eta^4) \\ & + \alpha^2 \cdot \sin^3 \varphi \sin^2 B (180 + 750\eta^2 + 90\varepsilon^2 + 375\eta^2 \varepsilon^2 + 1200\eta^4) \\ & - \alpha^3 \sin^2 \varphi \sin^3 B (390 + 585\varepsilon^2 + 1320\eta^2 + 260\varepsilon^4 + 1980\eta^2 \varepsilon^2 + 1350\eta^4) \\ & - \alpha^4 \sin \varphi \sin^4 B (360 + 1080\varepsilon^2 + 720\eta^2 + 1155\varepsilon^4 + 2160\eta^2 \varepsilon^2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& - \alpha^5 \sin^5 B (120 + 600\epsilon^2 + 1125\epsilon^4) \\
& + \sin^3 \varphi (58 + 262\eta^2 + 408\eta^4) \\
& - \alpha \sin^2 \varphi \sin B (203 + 867\eta^2 + 1453\eta^4) \\
& + \alpha^2 \sin \varphi \sin^2 B (270 + 990\eta^2 + 135\epsilon^2 + 1230\eta^4 + 495\eta^2\epsilon^2) \\
& - \alpha^3 \sin^3 B (120 + 300\eta^2 + 180\epsilon^2 + 180\eta^4 + 450\eta^2\epsilon^2 + 80\epsilon^4) \\
& - \alpha^2 \sin^3 \varphi (90 + 375\eta^2 + 90\epsilon^2 + 375\eta^2\epsilon^2 + 500\eta^4) \\
& + \alpha^3 \sin^2 \varphi \sin B (325 + 1100\eta^2 + 585\epsilon^2 + 1025\eta^4 + 1980\eta^2\epsilon^2 + 260\epsilon^4) \\
& - \alpha^4 \sin \varphi \sin^2 B (420 + 1290\epsilon^2 + 840\eta^2 + 2580\eta^2\epsilon^2 + 1350\epsilon^4) \\
& + \alpha^5 \sin^3 B (180 + 870\epsilon^2 + 1570\epsilon^4) \\
& + \sin \varphi (61 + 274\eta^2 + 501\eta^4) \\
& - \alpha^2 \sin \varphi (135 + 495\eta^2 + 135\epsilon^2 + 495\eta^2\epsilon^2 + 615\eta^4) \\
& + \alpha^4 \sin \varphi (75 + 150\eta^2 + 210\epsilon^2 + 195\epsilon^4 + 420\eta^2\epsilon^2) \\
& - \alpha \sin B (40 + 164\eta^2 + 241\eta^4) \\
& + \alpha^3 \sin B (100 + 250\eta^2 + 180\epsilon^2 + 450\eta^2\epsilon^2 + 150\eta^4 + 80\epsilon^4) \\
& - \alpha^5 \sin B (61 + 270\epsilon^2 + 445\epsilon^4)
\end{aligned} \tag{I, 79}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^3 \tau}{d\varphi^3} &= \alpha \cdot \frac{C}{c} \cdot \frac{\cos B}{v^{11} \cdot V \cdot \cos^7 \varphi} [\sin^6 \varphi (1 + 6\eta^2) \\
& - \alpha \sin^5 \varphi \sin B (63 + 345\eta^2) \\
& + \alpha^2 \sin^4 \varphi \sin^2 B (602 + 3188\eta^2 + 301\epsilon^2) \\
& - \alpha^3 \sin^3 \varphi \sin^3 B (2100 + 9960\eta^2 + 3150\epsilon^2) \\
& + \alpha^4 \sin^2 \varphi \sin^4 B (3360 + 12480\eta^2 + 10080\epsilon^2) \\
& - \alpha^5 \sin \varphi \sin^5 B (2520 + 5400\eta^2 + 12600\epsilon^2) \\
& + \alpha^6 \sin^6 B (720 + 5400\epsilon^2) \\
& + \sin^4 \varphi (179 + 983\epsilon^2) \\
& - \alpha \sin^3 \varphi \sin B (994 + 5315\eta^2) \\
& + \alpha^2 \sin^2 \varphi \sin^2 B (2296 + 11274\eta^2 + 1148\epsilon^2) \\
& - \alpha^3 \sin \varphi \sin^3 B (2310 + 9390\eta^2 + 3465\epsilon^2) \\
& + \alpha^4 \sin^4 B (840 + 2280\eta^2 + 2520\epsilon^2) \\
& - \alpha^2 \sin^4 \varphi (301 + 1594\eta^2 + 301\epsilon^2) \\
& + \alpha^3 \sin^3 \varphi \sin B (1750 + 8300\eta^2 + 3150\epsilon^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \alpha^4 \sin^2 \varphi \sin^2 B (3920 + 14530\eta^2 + 12070\varepsilon^2) \\
& + \alpha^5 \sin \varphi \sin^3 B (3780 + 8100\eta^2 + 18270\varepsilon^2) \\
& - \alpha^6 \sin^4 B (1320 + 9360\varepsilon^2) \\
& + \sin^2 \varphi (479 + 2636\eta^2) \\
& - \alpha \sin \varphi \sin B (707 + 3670\eta^2) \\
& + \alpha^2 \sin^2 B (350 + 1588\eta^2 + 175\varepsilon^2) \\
& - \alpha^2 \sin^2 \varphi (1148 + 5637\eta^2 + 1148\varepsilon^2) \\
& + \alpha^3 \sin \varphi \sin B (1925 + 7825\eta^2 + 3465\varepsilon^2) \\
& - \alpha^4 \sin^2 B (980 + 2660\eta^2 + 3010\varepsilon^2) \\
& + \alpha^4 \sin^2 \varphi (700 + 2600\eta^2 + 1960\varepsilon^2) \\
& - \alpha^5 \sin \varphi \sin B (1281 + 2745\eta^2 + 5670\varepsilon^2) \\
& + 662\alpha^6 \sin^2 B \\
& + (61 + 335\eta^2) \\
& - \alpha^2 (175 + 794\eta^2 + 175\varepsilon^2) \\
& + \alpha^4 (175 + 475\eta^2 + 490\varepsilon^2) \\
& - \alpha^6 (61 + 331\varepsilon^2)
\end{aligned} \tag{I, 80}$$

### cc) Změna měřítka vzniklá stočením sítě na elipsoidu

Převádíme-li nestočenou síť s Gaussovy koule na elipsoid, platí řada

$$\tau = \tau_0 + \left( \frac{d\tau}{dQ} \right)_{Q_0} \cdot q + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2\tau}{dQ^2} \right)_{Q_0} \cdot q^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3\tau}{dQ^3} \right)_{Q_0} \cdot q^3 + \dots \tag{I, 81}$$

Pootočením sítě na kouli se měřítko sítě na kouli nemění. Rovněž zůstává stejná základní šířka  $Q_0 = B_0$ .

Pro převod stočené sítě s koule na elipsoid, dostaneme

$$\begin{aligned}
\tau_A = \tau_0 + \left( \frac{d\tau}{dQ} \right)_{Q_0} \cdot (q + \Delta Q_A) + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2\tau}{dQ^2} \right)_{Q_0} \cdot (q + \Delta Q_A)^2 + \\
\frac{1}{3!} \left( \frac{d^3\tau}{dQ^3} \right)_{Q_0} \cdot (q + \Delta Q_A)^3 + \dots
\end{aligned} \tag{I, 82}$$

Pootočením sítě se tedy změnilo měřítko sítě o hodnotu

$$\begin{aligned}
\Delta\tau_A = \left( \frac{d\tau}{dQ} \right)_{Q_0} \cdot \Delta Q_A + \frac{1}{2!} \left( \frac{d^2\tau}{dQ^2} \right)_{Q_0} \cdot (2\Delta Q_A \cdot q + \Delta Q_A^2) + \\
+ \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3\tau}{dQ^3} \right)_{Q_0} \cdot (3\Delta Q_A \cdot q^2 + 3\Delta Q_A^2 \cdot q + \Delta Q_A^3) + \dots
\end{aligned} \tag{I, 83}$$

Dříve jsme odvodili vztah pro  $\Delta Q_A$  :

$$\begin{aligned} \Delta Q_A = & -\alpha \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda - \frac{1}{2} \alpha \frac{\cos B_0}{v_0^3 \cos \varphi_0} \Delta A_0^2 \Delta \varphi - \frac{1}{2} \operatorname{tg} B_0 \cdot \alpha^2 \frac{\cos^2 B_0}{v_0^4 \cdot \cos^2 \varphi_0} \Delta A_0^2 \Delta \varphi^2 \\ & + \alpha^3 \frac{\Delta A_0}{3!} \cos B_0 \cdot \Delta \lambda^3 - \frac{\alpha^5}{5!} \cos B_0 \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda^5 + \dots \quad (\text{I, 84}) \end{aligned}$$

Rovnici (I, 84) můžeme zjednodušit a některé členy vypustit:

$$\Delta Q_A = -\cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda + \frac{1}{3!} \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \lambda^3 + \dots \quad (\text{I, 85})$$

S použitím koeficientů řady I, 73 dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dQ} &= \theta \\ \frac{d^2\tau}{dQ^2} &= -\varepsilon_0^2 \cdot \frac{C}{R \cdot V_0} \\ \frac{d^3\tau}{dQ^3} &= \varepsilon_0^2 \cdot \frac{C}{R \cdot V_0} \operatorname{tg} B_0 (3 + 4\varepsilon_0^2) \end{aligned} \quad (\text{I, 86})$$

Z rovnice (I, 83) dostáváme

$$\Delta \tau_A = \left\{ \left( \frac{d^2\tau}{dQ^2} \right)_{Q_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{d^3\tau}{dQ^3} \right)_{Q_0} \cdot q \right\} \cdot q \cdot \Delta Q_A \quad (\text{I, 87})$$

Místo přesné hodnoty  $q$  můžeme dosadit

$$q = \frac{\alpha}{v^2} \Delta \varphi \doteq \Delta \varphi \quad .$$

Rovnice (I, 87) přejde po úpravě na tvar

$$\begin{aligned} \Delta \tau_A = & \frac{N_0}{R} \varepsilon_0^2 \cdot \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \varphi \cdot \Delta \lambda \left\{ 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} B_0 (3 + 4\varepsilon_0^2) \Delta \varphi \right. \\ & \left. - \frac{1}{3!} \Delta \lambda^3 + \frac{1}{12} \operatorname{tg} B_0 (3 + 4\varepsilon_0^2) \Delta \varphi \cdot \Delta \lambda^2 \right\} \quad (\text{I, 88}) \end{aligned}$$

Zbývá určit velikost poloměru Gaussovy koule  $R$ . Vypočteme jej z těchto podmínek:

a) Šířky základního bodu  $K_0$  na kouli a na elipsoidu jsou stejné:

$$B_0 = Q_0 \quad .$$

b) Rozdíly zeměpisných délek na kouli a na elipsoidu jsou stejné:

$$\Delta L = p .$$

c) Délkové skreslení v základním bodě je rovno jedné:

$$\tau_0 = 1 .$$

Musí tedy být

$$R = N_0 ,$$

a odtud

$$\Delta \tau_A = \varepsilon_0^2 \cos B_0 \cdot \Delta A_0 \cdot \Delta \varphi \cdot \Delta \lambda \left\{ 1 - \frac{3}{2} \operatorname{tg} B_0 \cdot \Delta \varphi \right\} + \dots \quad (\text{I, 89})$$

Výsledné délkové skreslení je tedy dáno vztahem

$$\tau_A = \tau + \Delta \tau_A , \quad (\text{I, 90})$$

kde první člen určuje řada (I, 73), druhý člen řada (I, 89).

#### d) Postup výpočtu

Referenční bod  $K_0^I$  na elipsoidu prvním má být převeden v bod  $K_0^{II}$  na druhém elipsoidu tak, aby se současně změnilo měřítko sítě v poměru  $\tau_0$  a aby se změnil azimut výchozí strany.

Nejprve určíme z rovnice (I, 72) hodnotu  $a$ .

Pak vyčíslíme koeficienty v řadách (I, 30), (I, 63) a (I, 64). Délkové skreslení je dáno řadami (I, 73) a (I, 89).

Různými zjednodušujícími vztahy můžeme pomocí uvedených rovnic provádět i jiné transformace, na příklad změnu polohy sítě na téměř elipsoidu a p.

### 6. Konformní transformace s elipsoidu na elipsoid prostřednictvím rovinných souřadnic Křováka obecného kuželového zobrazení

[Návrh Ing. Křováka [9]]

JKS je převedena s elipsoidu Besselova na elipsoid Krasovského prostřednictvím obecného kuželového zobrazení.

Všechny konstanty Křováka kuželového zobrazení byly vypočteny pro stejně definované zobrazení na novém elipsoidu.

Exaktními vzorci Křováka zobrazení byla převedena do roviny geografická síť  $\Delta \lambda = 2^\circ$ ,  $\Delta \varphi = 30'$  pro oba elipsoidy.

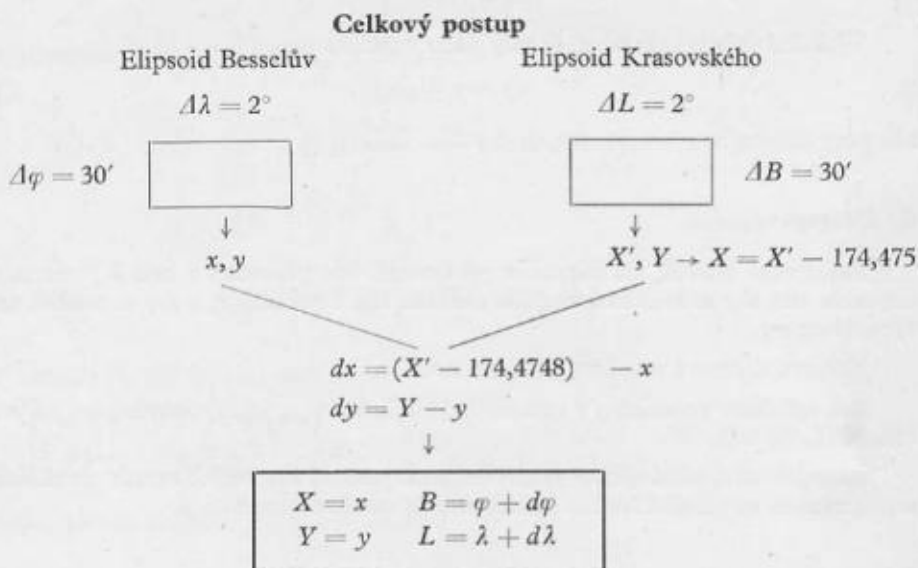
Byla zvolena podmínka, že se oba elipsoidy dotýkají v bodě  $A$  ( $\varphi = 48^\circ 15'$ ,  $\lambda = 42^\circ 30'$ ). Aby se pro tento bod rovnaly také rovinné souřadnice, bylo nutno zmenšit souřadnice  $X_0$  o konstantu 174,4748 m, t. j. o rozdíl vzdáleností vrcholu kužele od dotykového bodu na Gaussově kouli pro elipsoid Besselův a Krasovského (obr. 1).

Byly utvořeny rozdíly  $dx = X_k - x_B - 174,4748$

$$dy = Y_k - Y_B .$$

Tyto souřadnicové rozdíly  $dx, dy$  byly převedeny pomocí místního měřítka délkového skreslení a místní meridiánové konvergence na opravy  $d\varphi, d\lambda$ . Korekce  $d\varphi, d\lambda$  byly zhuštěny na krok  $\Delta\varphi = 30'$ ,  $\Delta\lambda = 1''$  a sestaveny do tabulky.

Při vlastním převodu zůstávají rovinné souřadnice  $x, y$  zachovány, pouze počátek souřadnicové sítě se posunul o 174,4748 m na jih od vrcholu kužele. Všechny výpočty v JKS zůstávají zachovány, mění se jen  $\varphi, \lambda, A, C$ . Převod je konformní.



## 7. Volba způsobu převodu s jednoho elipsoidu na druhý

### a) Vlastní volba převodu

Prof. Böhm byl pověřen Národním komitétem geodetickým, aby prostudoval správnost a účelnost jednotlivých návrhů.

Prof. Böhm [1] přezkoušel návrhy 1, 2 a 3 a dochází k závěru, že z těchto prací nejlépe vyhovuje návrh Ing. Křováka.

Největší výhodou Křovákova způsobu převodu je zachování rovinných souřadnic a všech výpočtů v rovině. Mění se jen definice zobrazení. Konformní vztah mezi rovinnými souřadnicemi  $(x, y)$  a geodetickými  $(\varphi, \lambda)$  zůstává zachován.

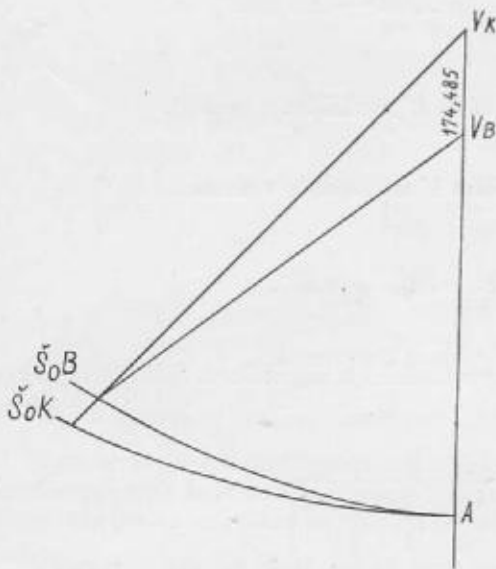
Proto doporučil Národní komitéte geodetický použití tohoto způsobu převodu.

## b) Výpočetní postup podle prof. Böhma

Prof. Böhm [3] podrobně rozbírá jednotlivé body převodu souřadnic na elipsoid Krasovského a theoreticky zdůvodňuje návrh Ing. Křováka.\*

Při výpočtu oprav  $d\varphi$ ,  $d\lambda$  však dochází k poněkud jiným výsledkům než Ing. Křováka. Rozdíl si vysvětluje tím, že buď Ing. Křováka při výpočtu bral meridiánovou konvergenci pro počáteční bod spojnice  $\overline{PP'}$  (příloha 2), nebo že opravy  $dx$ ,  $dy$  zaokrouhloval na cm.

Prof. Böhm počítá konvergenci pro střed spojnice  $\overline{PP'}$ . Skutečný způsob, jakým určoval Ing. Křováka opravy  $d\varphi$ ,  $d\lambda$ , není nám znám.



\* Prof. Böhm mylně uvádí, že osou transformace je poledník  $\lambda_0 = 42^\circ 30'$  a  $\check{S}_0 = 78^\circ 30'$ . Sférická rovnoběžka  $\check{S}_0$  není osou transformace. Obrazem  $\check{S}_0$  v rovině je kružnice, při čemž poloměr této kružnice pro Krasovského elipsoid je větší než pro elipsoid Besselův. Kružnice se dotýkají v bodě  $A$  ( $\varphi = 48^\circ 15'$ ,  $\lambda = 42^\circ 30'$ ). S rostoucí vzdáleností od bodu  $A$  roste i rozestup obou kružnic a na západě státu již činí asi 50 metrů. Proto také maximální délkové skreslení bude větší, než jak uvádí prof. Böhm.

Stejná chyba se objevuje i v cit. publikaci [10]. Tamtéž jsou i jiné nepřesnosti týkající se tohoto tematu. Některé z nich byly v pozdějších článcích prof. Böhma opraveny.

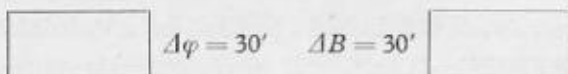
**Postup výpočtu oprav  $d\varphi$ ,  $d\lambda$  podle prof. Böhma**

Elipsoid Besselův

Elipsoid Krasovského

$$\Delta\lambda = 2^\circ$$

$$\Delta L = 2^\circ$$



↓  
 $x, y$

↓  
 $X', Y'$

$$\begin{aligned} dx &= X' - 174,4748 - x \\ dy &= Y' - y \end{aligned}$$

↓

$$C^x = C - \frac{1}{2} \cdot d\lambda \cdot \sin\varphi$$

$$dB = -\frac{1}{2} (dy \cdot \sin C^x + dx \cdot \cos C^x)$$

$$dr = -\frac{1}{2} (dy \cdot \cos C^x - dx \cdot \sin C^x)$$

↓

$$d\varphi = \frac{dB}{\Delta B_{(1'')}} \rightarrow \Delta B_{(1'')} = \text{délka } 1'' \text{ meridiánu v metrech}$$

$$d\lambda = \frac{dr}{\Delta r_{(1'')}} \rightarrow \Delta r_{(1'')} = \text{délka } 1'' \text{ rovnoběžky v metrech}$$

↓

Zhustit interpolaci na síť  $\Delta\lambda = 30'$ ,  $\Delta\varphi = 30'$ .

↓

Interpolaci vyčíslit pro rohy základních triangulačních listů (50 × 50 km)

↓

$X = x$	$B = \varphi + d\varphi$
$Y = y$	$L = \lambda + d\lambda$

### c) Výpočetní postup v úpravě VTOPÚ

Rozdíly mezi hodnotami, které vypočetl Ing. Křovák a prof. Böhm, dosahují na jednom místě hodnoty  $0,001''$  [cit. literatura [3]].

Tento nesouhlas je tak velký, že jsme byli postaveni před otázku :

a) buď vzít výpočty Ing. Křováka nebo prof. Böhma za bezvadné a spokojit se s tím, že vědecká autorita Ing. Křováka nebo prof. Böhma dostatečně zaručuje správnost výsledku,

b) navrhnout a provést jiný výpočet.

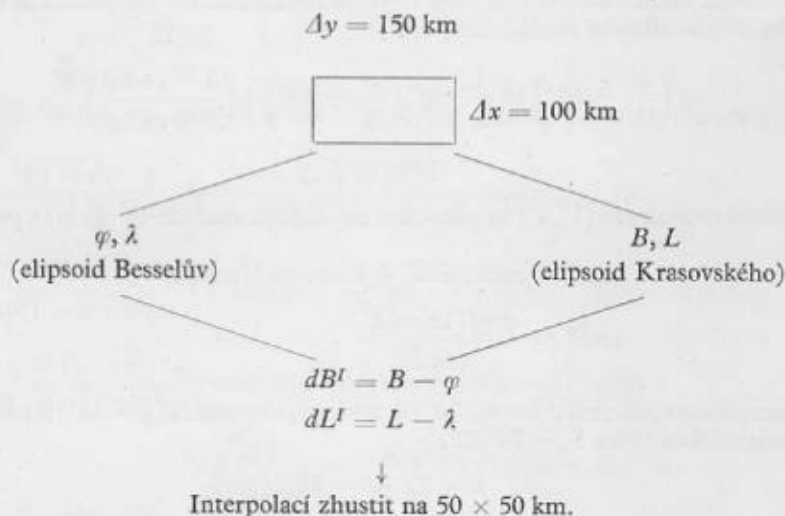
Byla zvolena druhá cesta.

V podstatě jde o dvě změny.

1. Vychází se z rovinných souřadnic.

2. Souřadnice se nezmenšují o 174,4748 m. Je totiž lhostejné, provede-li se tento lineární posun v rovině, nebo převede-li se přímo na změny  $d\varphi$ ,  $d\lambda$ , neboť stejně následuje další posun a pootočení sítě na elipsoidu.

#### Postup podle našeho návrhu



Tímto způsobem bychom dostali  $dB^I$ ,  $dL^I$  pouze ze změny elipsoidu.

Tyto opravy byly vypočteny, protože jich bylo třeba ke kontrole převodu. Pro vlastní transformaci však byly počítány přímo konečné opravy ze změny elipsoidu, zahrnující v sobě také opravy ze změny orientace a polohy sítě na elipsoidu.

Výpočet konečných oprav  $dB$ ,  $dL$  bude vysvětlen později.



## II. PODKLADY PRO TRANSFORMACI JKS DO SYSTÉMU 1952

### 1. Bodový podklad

VTOPŮ obdržel souřadnice většího počtu bodů v systému 1952 (příloha 3).

Body byly určeny jednak geodetickými souřadnicemi na 0,01", jednak rovinnými Gauss-Krügerovými souřadnicemi na 0,1 metru.

Jako východisko k další práci byly vzaty souřadnice zeměpisné. Délky vztažené ke Greenwichi byly opraveny na Ferro. Pro rozdíl délek byl vzat rozdíl

$$L_F - L_G = 17^\circ 39' 59'' 7354 .$$

Je to rozdíl mezi zeměpisnou délkou  $\triangle$ Brdo v JKS a hodnotou, kterou určil prof. Buchar [2].

Protože nebyl znám měřický operát, z kterého byly dané body odvozeny, ani způsob výpočtu, bylo nutno si nejprve ověřit identitu bodů s body JKS a dále zjistit vnitřní přesnost sítě daných bodů.

### 2. Definice srovnávací roviny

Porovnání sítí se dělo v rovině Křiváková konformního kuželového zobrazení [34].

Zeměpisné souřadnice  $(\varphi, \lambda)$  se nejprve převedou konformně s elipsoidu na Gaussovu kouli. Dostáváme sférické souřadnice  $(U, V)$ :

$$\operatorname{tg} \left( \frac{U}{2} + 45^\circ \right) = \frac{1}{k} \cdot \operatorname{tg}^s \left( \frac{\varphi}{2} + 45^\circ \right) \cdot \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{ae}{2}} \quad (\text{II, 1})$$

$$V = a \cdot \lambda$$

Sférické souřadnice  $(U, V)$  se převedou na sférické souřadnice  $(\mathcal{S}, D)$  s posunutým pólem:

$$\sin \mathcal{S} = \cos a \cdot \sin U + \sin a \cdot \cos U \cdot \cos \Delta V ,$$

$$\sin D' = \frac{\cos U \cdot \sin \Delta V}{\cos \mathcal{S}} . \quad (\text{II, 2})$$

$a$  je posun pólu po poledníku  $\lambda = 42^\circ 30'$  tak zvolený, aby bod  $A$  ( $\varphi = 48^\circ 15'$ ,  $\lambda = 42^\circ 30'$ ) měl kartografickou šířku  $\mathcal{S}_0 = 78^\circ 30'$ .

$$a = 78^\circ 30' - U_{(\varphi = 48^\circ 15')}$$

$$\Delta V = V_0 - V$$

$$V_0 = a \cdot \lambda_0$$

$$\lambda_0 = 42^\circ 30' .$$

Gaussova koule zmenšená k redukci měřítka zobrazení v poměru

$$r' = 0,9999 \cdot r$$

se konformně zobrazí na kužel. Nejprve se určí polární souřadnice na plášti kužele ( $R, \varepsilon$ ):

$$\begin{aligned} R &= R_0 \cdot \operatorname{tg}^{\sin S_0} \left( \frac{S_0}{2} + 45^\circ \right) \operatorname{ctg}^{\sin S_0} \left( \frac{S}{2} + 45^\circ \right) & \text{(II, 3)} \\ \varepsilon &= D \cdot \sin S_0 \\ R_0 &= r' \cdot \operatorname{ctg} S_0 \\ S_0 &= 78^\circ 30' . \end{aligned}$$

Z polárných souřadnic se vypočtou pravouhlé souřadnice ( $x, y$ ):

$$\begin{aligned} x &= R \cdot \cos \varepsilon , \\ y &= R \cdot \sin \varepsilon . \end{aligned} \quad \text{(II, 4)}$$

Pro elipsoid Krasovského bylo nutno určit konstanty tohoto zobrazení:

$$\alpha = 1 + \frac{e^2 \cdot \cos^4 \varphi_0}{1 - e^2}$$

$$\sin U_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\alpha}$$

$$k = \operatorname{tg}^3 \left( \frac{\varphi_0}{2} + 45^\circ \right) \left( \frac{1 - e \sin \varphi_0}{1 + e \sin \varphi_0} \right)^{\frac{\alpha e}{2}} \cdot \operatorname{ctg} \left( \frac{U_0}{2} + 45^\circ \right)$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{M_0 N_0} \\ \varphi_0 &= 49^\circ 30' . \end{aligned}$$

Přesný vzorec pro převod  $\varphi$  na  $U$  je příliš složitý. Proto je výhodnější použít a dy [11]:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \cdot \Delta \varphi + \frac{3e^2 \sqrt{1 - e^2}}{2\rho \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}} \sin \varphi \cos \varphi \cdot \Delta \varphi^2 \\ &+ \frac{e^2 \sqrt{1 - e^2}}{6 \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^5}} [-3 \sin^2 \varphi + 3 \cos^2 \varphi + e^2 (12 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi + 3 \sin^4 \varphi)] \frac{\Delta \varphi^3}{\rho^2} \\ &- \frac{e^2 \sqrt{1 - e^2}}{24 \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^7}} \sin \varphi \cos \varphi [16 - e^2 (49 \cos^2 \varphi - 13 \sin^2 \varphi) \\ &\quad - e^4 (56 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + 29 \sin^4 \varphi)] \frac{\Delta \varphi^4}{\rho^3} \quad \text{(II, 5)} \\ &+ \frac{e^2 \sqrt{1 - e^2}}{120 \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^9}} [-16 \cos^2 \varphi + 12 \sin^2 \varphi + e^2 (49 \cos^4 \varphi - 378 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \\ &\quad + 9 \sin^4 \varphi) + e^4 (628 \cos^4 \varphi \sin^2 \varphi + 174 \cos^2 \varphi \sin^4 \varphi - 54 \sin^6 \varphi) + \\ &\quad + e^6 (268 \cos^4 \varphi \sin^4 \varphi + 220 \cos^2 \varphi \sin^6 \varphi + 33 \sin^8 \varphi)] \frac{\Delta \varphi^5}{\rho^4} + \dots \end{aligned}$$

$$\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0, \quad U = U_0 + \Delta U .$$

Pro výpočet  $R$  se rovněž používá řad:

$$\Delta R = r' \cdot \left[ -\frac{\Delta \tilde{S}}{\rho} - \frac{\Delta \tilde{S}^2}{6\rho^2} + \frac{\Delta \tilde{S}^4}{24\rho^4} - \frac{\Delta \tilde{S}^5}{120\rho^5} (5 + 3t^2) + \frac{\Delta \tilde{S}^6}{720\rho^6} t (21 + 12t^2) + \dots \right] \quad (\text{II, 6})$$

$$t = \text{tg} \tilde{S}_0$$

$$\Delta \tilde{S} = \tilde{S} - \tilde{S}_0$$

$$R = R_0 + \Delta R .$$

Numerické hodnoty konstant pro elipsoid Krasovského jsou

$$\begin{aligned} a &= 30^\circ 17' 17'' 69713 \\ \sin a &= 0,504350539324 \\ \cos a &= 0,863499006069 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 1,00059921467 \\ U_0 &= 49^\circ 27' 35'' 43259 \\ V_0 &= 42^\circ 31' 31'' 67984 \\ R_0 &= 1298213,4794 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= + 0,9985819251840 \cdot (\varphi - 49,5^\circ) \\ &+ 0,0000867510074 \cdot (\varphi - 49,5^\circ)^2 \\ &- 0,000001514985 \cdot (\varphi - 49,5^\circ)^3 \\ &- 0,0000000117038 \cdot (\varphi - 49,5^\circ)^4 \\ &- 0,00000000000018 \cdot (\varphi - 49,5^\circ)^5 \end{aligned}$$

$$R = 1298213,4794$$

$$\begin{aligned} &+ 111368,1176074 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S}) \\ &+ 5,6541114 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S})^2 \\ &- 0,1212604 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S})^3 \\ &+ 0,0066720 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S})^4 \\ &- 0,0003828 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S})^5 \\ &+ 0,0000242 \cdot (78,5^\circ - \tilde{S})^6 \end{aligned}$$

Tyto konstanty vypočetl Ing. Křovák a nezávisle na něm prof. Böhm. Ve vojenském topografickém ústavu jsme je určili ještě jednou.

Z řady pro  $\Delta U$  byly vypočteny převodní tabulky  $\varphi \rightarrow U$ .

Ing. Křovák vypočetl převodní tabulky  $R \rightarrow \tilde{S}$  pravděpodobně užitím starých tabulek [11] pro Besselův elipsoid pomocí vztahu

$$R_k = R_b + R_b \cdot 0,00013441415 .$$

Tyto tabulky jsme ještě jednak rozšířili, jednak jsme provedli kontrolu diferencemi a několik vhodně zvolených bodů jsme vypočetli přímo z řad.

### 3. Převod daných bodů do srovnávací roviny

Všechny dané body byly převedeny ze zeměpisných souřadnic  $B, L$  na pravouhlé rovinné souřadnice  $X, Y$  do Křovákova kuželového zobrazení na Krasovského elipsoidu pomocí exaktních vzorců a pro kontrolu byl proveden zpětný převod.

Aby bylo možno provést srovnávání sítí bez ohledu na délkové skreslení (t. j. aby chyba z délkového skreslení nepřekročila  $\pm 5$  mm), může být vzájemný posun sítí při maximálním skreslení 10 cm/km nejvýše 50 metrů. Tento předpoklad byl celkem splněn.

Maximální posuny sítí jsou  $dy = 70$  m,  $(dx - 174,5) = 20$  metrů.

Chyba zaviněná zanedbáváním délkového skreslení bude nejvýše  $\pm 7$  mm.

#### 4. Zkouška kvality souřadnic systému 1952

##### a) Předběžné zjištění vlastností daného podkladu

Dané body tvoří dva řetězce:

Český řetězec: 14 bodů.

Slovenský řetězec: 24 body.

Pro získání hrubé představy o vlastnostech sítě daných bodů byla do tohoto systému transformována JKS lineární konformní transformací s vyrovnáním. Odchytky byly vyneseny graficky (příloha 4).

Z výsledku je patrné, že:

1. dané body jsou seskupeny ve dva výrazné celky:

a) český řetězec a dva body v prostoru Králického Sněžníku (č. 1 a č. 17),

b) slovenský řetězec;

2. oba řetězce jsou vzájemně posunuty a pootočený;

3. východní řetězec se skládá patrně vlivem spojování nesourodého materiálu (jiné základny, jiný referenční bod) z několika homogenních skupin, které jsou uvnitř určitého území spojitě, ale na hranicích těchto celků se jeví ostrý přechod;

4. střední chyba v poloze bodu je  $\pm 131$  cm, maximální odchytky dosahují hodnoty 2,65 metru.

##### b) Dílčí transformace

K ověření předchozích výsledků a k nalezení eventuálních neidentických bodů byl podroben lineární konformní transformaci každý řetěz zvlášť (příloha 5).

Za neidentický bod byl považován takový bod, jehož odchytky  $V_x, V_y$  vysoko převyšují průměrnou odchylku bodů v nejbližším okolí a jehož směr vektoru, určený odchylkami  $V_x, V_y$ , značně se liší od směru vektorů okolních bodů.

Z přílohy 5 je patrné toto:

1. Český řetězec je homogenní celek s vyloučením jednoho zřejmě neidentického bodu (č. 36).\*

2. U slovenského řetězce je možno rozlišit zcela samostatné skupiny bodů:

severozápadní část: body č. 1 a 17,

severní část: body č. 16, 19, 20, 21, 22, 23,

jižní část: body č. 9, 10, 18, 24, 25, 26, 27, 28,

východní část: body č. 29, 20, 31, 32, 33, 35, 38.

\* Při dodatečné kontrole bylo zjištěno, že Gauss-Krügerovy souřadnice bodu č. 36 velmi dobře odpovídají bodům v JKS, v geodetických souřadnicích je však chyba, pravděpodobně písácká, 0,05" v délce. Pro výpočet koeficientů transformace tohoto bodu použito nebylo.

Kromě toho je slovenský řetěz zlomen okolo bodů č. 27 a 28.

3. Vektory vynesené z odchylek  $V_x$ ,  $V_y$  (příloha 4), patří k první skupině slovenského řetězce, nápadně připomínají průběh vektorů v českém řetězci.

Příslušnost těchto bodů k českému řetězci byla dokázána lineární konformní transformací těchto bodů společně s body českého řetězce (příloha 6).

4. Aby byla potvrzena domněnka, že slovenský řetěz je skutečně složen z několika homogenních celků, které na svém rozhraní vykazují prudký přechod, byla provedena lineární konformní transformace samostatně pro každou skupinu.

Stejně bylo postupováno i u českého řetězce.

Celkem bylo určeno 6 skupin:

- a) Český řetěz sever.
- b) „ „ jih.
- c) Slovenský řetěz severozápad (jen 2 body, nepočítáno).
- d) „ „ sever.
- e) „ „ jih.
- f) „ „ východ.

Graficky vynesené odchylky  $V_x$ ,  $V_y$  ukazují, že směry a velikosti těchto odchylek mají nyní ráz chyb nahodilých.

### c) Výzkum deformací

Při konformních lineárních transformacích se stále vyskytovaly dvě deformace:

- a) menší deformace v prostoru bodů č. 4 a 5,
- b) velká deformace v prostoru bodů č. 1 a 17.

Aby bylo zjištěno, v kterém systému tyto deformace jsou, byly vyžádány od SZKÚ prozatímní souřadnice bodů základní sítě, která byla vybudována s největší možnou přesností a moderními metodami.

Rozměr sítě byl určen z prozatímních výsledků základnových měření u Poděbrad a u Kroměříže. Prozatímní souřadnice vypočetl Ing. Dr. Brož ke studijním účelům.

Po provedení lineární konformní transformace základní sítě do JKS zbyly odchylky v střední velikosti asi  $\pm 10$  cm (příloha 8).

Z výsledku je patrné, že JKS má vysokou vnitřní přesnost a plně se vyrovná nejmoderněji zaměřeným sítím. Stačí tedy JKS správně umístit a orientovat na elipsoidu.

Deformace je nutno přisoudit podle předchozích výsledků, systému 1952.

## 5. Výsledky výzkumu kvality bodového podkladu

Dosavadní výsledky je možno shrnout do těchto bodů:

1. Souřadnice daných bodů v systému 1952 jsou určeny na  $0,01''$  a nesplňují tedy požadavky běžně kladené na trig. body 1. řádu.

2. Skutečné odchylky v poloze bodů v prostoru Čech jsou asi  $\pm 40$  cm, na Slovensku asi  $\pm 80$  cm.

3. Neidentický bod je jeden, č. 36.

4. Menší deformace je v prostoru bodů č. 4 a 5, velká deformace je v prostoru bodů č. 1 a 17.

5. Český řetězec je svým původem blízký odpovídajícím bodům v JKS.

6. Dva body ze slovenského řetězce (č. 1 a č. 17) svým původem patří k českému řetězci.

7. Zbývající nehomogenitu systému daných bodů si můžeme vysvětlit takto:

Řetězce byly vyrovnány některou moderní metodou pro sítě velkých rozměrů, pravděpodobně jde o prvou aproximaci vyrovnání.

Některé z bodů uzlové sítě leží pravděpodobně na území ČSR (bod č. 28, 27, 31), prvé dva jsou body Laplaceovy (z roku 1932 až 1934).

Jako základny mohlo být použito základny u Budapešti nebo u Feledinců.

Pro srovnání viz průběh řetězců v „Zentraleuropäisches Netz“ (příloha 9, literatura [14]).

Tím patrně vzniklo zlomení slovenského řetězce v prostoru bodů 27 a 28 a ostrý přechod mezi skupinami bodů Slovensko-jih a Slovensko-východ.

## 6. Směrnice pro volbu způsobu transformace

Kdyby byl znám měřický operát, z kterého byly souřadnice daných bodů odvozeny, mohly by být opraveny na základě nových měření systematické chyby a souřadnice bodů by mohly být vypočteny znovu s vyhovující přesností, t. j. na větší počet desetinných míst.

Potom by bylo možno také nechat takto vypočtené souřadnice jako pevné a JKS do tohoto pevného rámce vyrovnat. Protože však nebyl znám ani měřický operát, ani výpočetní postup, ani rozvržení řetězců a uzlových bodů, nemohlo být tohoto přesného způsobu použito.

I kdybychom vybrali z daných bodů jen některé a na ně celou síť navázali, vždy by tu bylo nebezpečí, že připojovací body nebyly vybrány správně a při navázání naší sítě na síť okolních států by se mohla objevit potřeba nového radikálního vyrovnání.

Uvážíme-li, že na Slovensku se pohybuje střední odchylka v poloze bodů okolo  $\pm 80$  cm, může nastat změna v úhlu v nejnepříznivějším případě až  $8''$ , jestliže bychom nechali dané souřadnice jako pevné. Proto bylo rozhodnuto použít systému daných bodů:

1. k orientaci a k určení polohy sítě na elipsoidu,
2. k určení rozměru sítě,
3. k napravení eventuálního prohnutí JKS.

## III. VLASTNÍ TRANSFORMACE

### 1. Způsoby transformace

Za daných podmínek je možno provést transformaci v zásadě dvěma způsoby: Systém daných bodů obsahuje dva výrazné celky, které jsou samy o sobě poměrně homogenní, ale navzájem jsou stočeny a posunuty.

a) Podle prvního způsobu naši síť rozdělíme na dvě části. Každou z nich nějakým způsobem ztransformujeme na jednotlivé řetězce.

Zbývá vyřešit plynulý přechod od jednoho řetězce k druhému. Zastáncem této metody byl docent Ing. Dr. J. Kašpar.

b) JKS transformovat jako celek bez ohledu na to, že se bude síť lišit v podrobnostech více od systému daných bodů. Tento způsob doporučoval gen. Ing. Dr. J. Klíma.

## 2. Různé transformační metody

Bylo navrženo a vyzkoušeno několik transformačních metod:

a) Každý řetězec zvlášť byl transformován lineární konformní transformací s vyrovnáním. Střední chyba v poloze bodu v českém řetězci byla  $\pm 40$  cm, ve slovenském řetězci  $\pm 80$  cm. Na rozhraní se však objevily rozdíly v souřadnicích, převedených z jednoho a z druhého pásu, o velikosti asi 2 metry.

b) Stejným způsobem bylo použito kvadratické konformní transformace. Na předělu byly difference 3,5 metru, střední chyba v jednotlivých řetězcích byla  $\pm 40$  cm.

c) Síť byla podrobena konformní lineární transformaci jako celek. Střední chyba v poloze bodu byla  $\pm 1,35$  m.

d) Byly vytvořeny rozdíly

$$dx = X_K - x_B ,$$

$$dy = Y_K - y_B .$$

Tyto rozdíly byly určeny jako lineární funkce souřadnic JKS

$$dx = a + bx + cy ,$$

$$dy = d + ex + fy .$$

Koeficienty byly určeny vyrovnáním. Střední chyba v poloze bodu byla  $\pm 84$  cm, maximální odchylka 170 cm. Metoda není konformní.

e) V podstatě stejná metoda jako předešlá, použito však kvadratické plošné interpolace. Koeficienty určeny opět vyrovnáním. Střední chyba  $\pm 97$  cm, max. odchylka 210 cm. Metoda rovněž není konformní.

f) Konformní kvadratická transformace celé sítě. Střední chyba v poloze bodu byla  $\pm 81$  cm.

g) Kubická konformní transformace celé sítě. Střední chyba v poloze bodu rovna  $\pm 80$  cm.

Kromě zde uvedených metod bylo na radu doc. Ing. Dr. Kašpara vyzkoušeno ještě několik nových transformačních způsobů. Ty se neosvědčily hlavně proto, že JKS je mnohem přesnější než soustava bodů daných.

Princip těchto metod dosud nebyl publikován, proto je neuvádím.

## 3. Shrnutí výsledků, konečný návrh transformace

Z dosud použitých způsobů dávaly nejlepší výsledky konformní kvadratická a konformní kubická transformace. Další zvyšování stupně transformace nemá smysl, protože, jak je vidět na středních chybách, výsledek není úměrně vynaložené námaze.

Konformní transformace	1. stupně	2. stupně	3. stupně
Střední chyba v poloze bodu	$\pm 131$ cm	$\pm 81$ cm	$\pm 80$ cm

Výsledky kubické a kvadratické transformace byly prakticky stejné.

Na základě našich výzkumů byla navržena konformní kubická transformace JKS do systému 1952. Tento návrh byl ministerstvem národní obrany schválen.

## IV. VÝPOČETNÍ POSTUP PŘI URČOVÁNÍ KONSTANT TRANSFORMACE

### 1. Vyčíslení rovnic, výsledky

Z daných bodů nebylo pro výpočet použito dvou: jeden z nich padl za hranice ČSR a nebyly od něho souřadnice v JKS (č. 29) a druhý bod není identický (č. 36).

Dané body byly podrobeny kubické konformní transformaci s vyrovnáním. Bylo použito úpravy podle Dr Grossmanna [15] a prof. Fischera [16].

$$X = x_0 + ax - by + c(x^2 - y^2) - 2d \cdot xy + ex(x^2 - 3y^2) - fy(3x^2 - y^2),$$

$$Y = y_0 + bx + ay + d(x^2 - y^2) + 2c \cdot xy + fx(x^2 - 3y^2) + ey(3x^2 - y^2). \quad (\text{IV}, 1)$$

Numerické hodnoty koeficientů jsou

$$X = 154,1450$$

$$Y = 108,6498$$

$+ x$ $+ 4,10689 \cdot 10^{-6} \cdot x$ $+ 45,34012 \cdot 10^{-6} \cdot y$ $- 0,35714 \cdot 10^{-12} \cdot (x^2 - y^2)$ $+ 2,44406 \cdot 10^{-12} \cdot xy$ $+ 1,17053 \cdot 10^{-18} \cdot x(x^2 - 3y^2)$ $- 1,70403 \cdot 10^{-18} \cdot y(3x^2 - y^2)$	$+ y$ $- 45,34012 \cdot 10^{-6} \cdot x$ $+ 4,10689 \cdot 10^{-6} \cdot y$ $- 1,22203 \cdot 10^{-12} \cdot (x^2 - y^2)$ $- 0,71428 \cdot 10^{-12} \cdot xy$ $+ 1,70403 \cdot 10^{-18} \cdot x(x^2 - 3y^2)$ $+ 1,17053 \cdot 10^{-18} \cdot y(3x^2 - y^2)$
---	---

Pomocí těchto rovnic byly ztransformovány rovinné pravoúhlé souřadnice  $(x, y)$  106 rohů čtverců základních triangulačních listů  $(50 \times 50 \text{ km})$  na souřadnice  $(X, Y)$ .

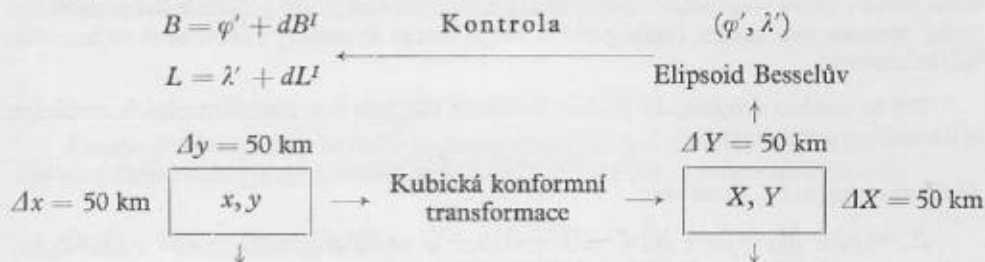
Netransformované souřadnice  $(x, y)$  těchto rohů byly převedeny exaktními vzorci na geodetické souřadnice  $(\varphi, \lambda)$  na elipsoidu Besselově. Transformované souřadnice  $(X, Y)$  byly stejným způsobem převedeny na souřadnice  $(B, L)$  na elipsoid Krasovského.

Rozdíly mezi geodetickými souřadnicemi  $dB, dL$  již v sobě zahrnují opravy ze změny elipsoidu i ze zapojení JKS do systému 1942.

Pro kontrolu byly transformované rovinné souřadnice  $(X, Y)$  převedeny na geodetické  $(\varphi', \lambda')$  rovněž na elipsoid Besselův a k nim připočteny opravy ze změny elipsoidu  $dB', dL'$ .

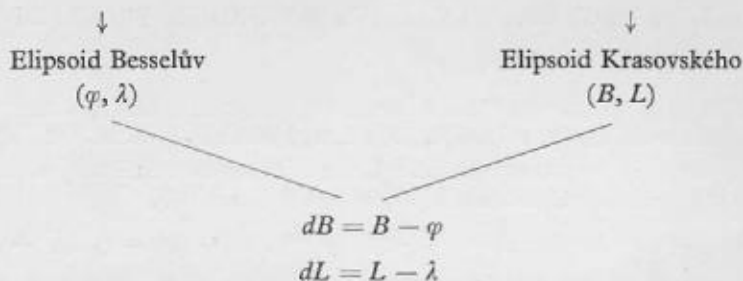
Výsledek musil být stejný jako v prvním případě. Převod souřadnic  $(X, Y)$  na  $(\varphi', \lambda')$  pro kontrolní výpočet provedl SZKŮ, Ing. Morávek, plošnou interpolací v tabulkách Ing. Křováka [17].

Výpočetní postup:



(Pokračování na následující straně.)





Opravy ze změny elipsoidu  $dB^1$ ,  $dL^1$  jsou uvedeny na příloze 11 a 12.

Pro výpočet těchto oprav stačilo vybrat 26 vhodně zvolených bodů, rohů obdélníků  $\Delta x = 100$  km,  $\Delta y = 150$  km. Ostatní hodnoty byly získány plošnou interpolací.

Konečné opravy  $dB$ ,  $dL$  jsou na příloze 13 a 14. Tyto opravy se tak rychle mění, že musily být vypočteny pro každý roh čtverce  $50 \times 50$  km.

Graficky jsou opravy ze změny elipsoidu vyneseny na příloze 15, konečné opravy na příloze 16.

Pro srovnání je připojen grafický přehled změn podle prof. Böhma. Tyto změny byly vypočteny podle výsledku prací prof. Buchara (literatura [1], [10], [2], příloha 17).

## 2. Námitka prof. Böhma proti našemu postupu

Proti způsobu výpočtu, jaký jsme zvolili my, namítá prof. Böhm [18]:

„Ing. Pick nezvětšuje souřadnice  $x$  o konstantu 174,4748 m, což theoreticky není správné.

Úsečkám  $x$ ,  $y$  na kuželi zobrazujícím Besselův elipsoid řadí stejně dlouhé úsečky  $X$ ,  $Y$  na kuželi, zobrazujícím elipsoid Krasovského, při čemž kladé oboje stejně daleko od vrcholu kužele (menšího i většího). Proto jsou úsečky na větším kuželi dále nebo blíže od středové kružnice  $S_0$ , než na kuželi menším, takže podléhají jinému skreslení délkovému (v tomto případě jim odpovídají různé dlouhé spojnice na obou elipsoidech). Prakticky se to projeví smrštěním severní části sítě a roztazením jižní části sítě o několik decimetrů, zatím co střed zůstává nezměněn, deformace jsou mnohonásobně menší v případě zvětšených souřadnic  $x$ . Geometricky jsou normály obou elipsoidů ztotožněny daleko mimo území ČSR (pod vrcholem kuželů, pro  $\varphi \doteq 60^\circ$ ).„

Tato námitka není správná.

Normály elipsoidů nebyly ztotožněny v bodě o  $\varphi \doteq 60^\circ$ . Nelze ještě mluvit o ztotožnění normál elipsoidů, rovnají-li se jenom geodetické nebo jenom rovinné souřadnice toho bodu v obou soustavách. (Normála je určena dvěma body!) Ztotožnění normál má velký význam pro určení tvaru geoidu. Nepřičtením konstanty 174,4748 m se nemohla síť deformovat.

Dá se snadno dokázat, že jestliže zvětšíme všechna  $x$  v transformačních rovnicích o libovolnou konstantu  $A$ ,

$$x' = x + A,$$

přejdou rovnice (IV,1) na tvar

$$\begin{aligned}
 X = & (x_0 + M) + (a + N)x' - (b + O)y + (c + P)(x'^2 - y^2) - 2(d + Q)x'y + \\
 & + e \cdot x' \cdot (x'^2 - 3y^2) - f \cdot y \cdot (3x'^2 - y^2)
 \end{aligned}
 \tag{IV, 2}$$

$$Y = (y_0 + R) + (b + O)x' + (a + N)y + (d + Q)(x'^2 - y^2) + 2(c + P)x'y + fx'(x'^2 - 3y^2) + ey(3x'^2 - y^2),$$

$$\text{kde: } M = -aA + cA^2 - eA^3$$

$$N = -2cA + 3eA^2$$

$$O = -2dA + 3fA^2$$

$$P = -3eA$$

$$Q = -3fA$$

$$R = -bA + dA^2 - fA^3$$

Výsledek transformace však bude úplně stejný, jako kdybychom počítali s původními souřadnicemi.

Je lhostejné, posunc-li se nejprve síť o konstantu 174,4748 m, což je lineární konformní transformace, a pak se podrobí konformní kubické transformaci, anebo provedou-li se obě transformace současně.

Ve skutečnosti ovšem byly kubickou transformací obě souřadnice  $(x, y)$  zvětšovány o hodnoty  $\Delta x, \Delta y$ . Tyto opravy však nebyly předem libovolně zvoleny, jak navrhuje podle Ing. Křováka prof. Böhm, ale vyplynuly ze vztahu mezi JKS a systémem 1942.

Bližší viz v odstavci VI, 3) a v příloze 27.

## V. VOLBA METHODY PRO HROMADNOU TRANSFORMACI BODŮ

Bylo uvažováno o dvou metodách:

1. o transformaci pomocí směrových a délkových korekcí,
2. o transformaci plošnou interpolací v tabulkách o dvou argumentech (podle Ing. Křováka).

### 1. Transformace pomocí směrových a délkových korekcí [45]

Mějme dány obecně dvě konformní zobrazení. Bod  $P$  nechť má v prvé soustavě rovinné pravoúhlé souřadnice  $(x, y)$ . Souřadnice tétož bodu v druhé soustavě budou  $(\xi, \eta)$ . Mezi soustavami nechť existují jedno - jednoznačné vztahy

$$\xi = F(x, y), \quad x = \varphi(\xi, \eta), \quad (\text{V}, 1)$$

$$\eta = G(x, y), \quad y = \psi(\xi, \eta).$$

Funkce  $F, G$  resp.  $\varphi, \psi$  bývají v obecném tvaru příliš složité a nehodí se pro praktický výpočet. Pokusíme se je zjednodušit. Zvolme si vhodným způsobem vztažnou čáru

$$y = f(x), \quad (\text{V}, 2)$$

jejíž rovnice v druhé soustavě bude

$$\eta = g(\xi). \quad (\text{V}, 3)$$

K libovolnému bodu  $P(x, y)$  pak přiřadíme bod  $Q(x_0, y_0 = f[x_0])$  ležící na vztažné čáře, aby byla současně splněna podmínka

$$x = x_0 .$$

Bod  $Q$  bude mít v druhé soustavě souřadnice  $(\xi_0, \eta_0)$ .

Označme si souřadnicové rozdíly

$$\begin{aligned} \Delta x &= x - x_0 , & \Delta \xi &= \xi - \xi_0 , \\ \Delta y &= y - y_0 , & \Delta \eta &= \eta - \eta_0 . \end{aligned} \quad (\text{V}, 4)$$

Za konvergenci  $c$  resp.  $\gamma$  považujeme úhel

$$\begin{aligned} c &= -\arctg f'(x) , \\ \gamma &= -\arctg g'(\xi) . \end{aligned} \quad (\text{V}, 5)$$

Nyní zřejmě platí (viz obr. 40):

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0 + (|\Delta y| + d) \cdot \cos(T + c - \delta_1^I - \gamma + \delta_1^{II}) , \\ \eta &= \eta_0 + (|\Delta y| + d) \cdot \sin(T + c - \delta_1^I - \gamma + \delta_1^{II}) . \end{aligned} \quad (\text{V}, 6)$$

kde  $T$  je směrník spojnice  $PQ$  v první soustavě,  $d$  je délková korekce zaviněná nestejným průběhem délkového skreslení v první a v druhé soustavě, a  $\delta_1^I$  a  $\delta_1^{II}$  jsou směrové korekce. Rovnice (V, 6) můžeme upravit na výhodnější tvar:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0 + (|\Delta y| + d) \cdot \sin T \cdot \{-\sin(c - \gamma) + \cos(c - \gamma) \cdot \Delta \delta\} , \\ \eta &= \eta_0 + (|\Delta y| + d) \cdot \sin T \cdot \{\cos(c - \gamma) + \sin(c - \gamma) \cdot \Delta \delta\} . \end{aligned} \quad (\text{V}, 7)$$

Výpočet podle rovnic (V, 7) je výhodný pro dvojitý počítací stroj, jsou-li po ruce tabulky příslušných funkcí.

Odvoďme si nyní rovnice pro  $d$  a pro  $\Delta \delta = (\delta_1^I - \delta_1^{II})$ .

Označme si délkový úsek geodetické čáry na elipsoidu  $\Delta S$ , v rovině prvního zobrazení  $\Delta s$ , v rovině druhého zobrazení  $\Delta \sigma$ . Při tom rozdíl v délce obrazu geodetické čáry a sečny tohoto obrazu nebudeme uvažovat, protože je stejného řádu jako zanedbané členy řady.

Délkové skreslení v prvním zobrazení budeme značit  $m$ , v druhém zobrazení  $\mu$ . Potom bude (viz literaturu [43], rovnici (39)):

$$\Delta S = \frac{1}{m} \cdot \Delta s - \frac{1}{2m^2} \left( \frac{\partial m}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial m}{\partial y} \cdot \Delta y \right) \cdot \Delta s + \dots \quad (\text{V}, 8)$$

$$\Delta S = \frac{1}{\mu} \cdot \Delta \sigma - \frac{1}{2\mu^2} \left( \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \cdot \Delta \xi + \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \cdot \Delta \eta \right) \cdot \Delta \sigma + \dots$$

Za souřadnicové rozdíly můžeme dosadit s ohledem na způsob, jakým byl zvolen bod  $Q$  (viz literaturu [44], rovnici (36)):

$$\Delta x = 0$$

$$\Delta y = m \cdot \sin T \cdot \Delta S + \frac{1}{2} m \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \cdot \sin^2 T \cdot \Delta S^2 + \dots$$

$$\begin{aligned} \Delta\xi &= \mu \cdot \cos\tau \cdot \Delta S + \frac{1}{2} \mu \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cos^2\tau \cdot \Delta S^2 + \mu \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cdot \sin\tau \cdot \cos\tau \cdot \Delta S^2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \sin^2\tau \cdot \Delta S^2 + \dots \\ \Delta\eta &= \mu \cdot \sin\tau \cdot \Delta S - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cos^2\tau \cdot \Delta S^2 + \mu \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \sin\tau \cdot \cos\tau \cdot \Delta S^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2} \mu \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cdot \sin^2\tau \cdot \Delta S^2 + \dots, \end{aligned} \quad (\text{V, 9})$$

kde značí

$$\tau = (T + c - \delta_1^I - \gamma + \delta_1^{II}).$$

Při tom jsou všechny koeficienty vztaženy k bodu  $Q$ .  
Inverzí druhé rovnice (V, 9) dostáváme

$$\Delta S = \frac{1}{m \cdot \sin T} \cdot \Delta y - \frac{1}{2m^2 \cdot \sin T} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \cdot \Delta y^2 + \dots \quad (\text{V, 10})$$

Inverzí rovnic (V, 8) s použitím rovnic (V, 9) bude

$$\begin{aligned} \Delta s &= m \cdot \Delta S + \frac{m}{2} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \sin T \cdot \Delta S^2 + \dots \\ \Delta\sigma &= \mu \cdot \Delta S + \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cdot \cos\tau + \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cdot \sin\tau \right) \cdot \Delta S^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{V, 11})$$

Spojením rovnic (V, 10) a (V, 11) dostáváme po úpravě

$$\begin{aligned} d &= \Delta\sigma - \Delta s \\ d &= \frac{1}{m \cdot \sin T} (\mu - m) \cdot \Delta y + \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\mu}{m^2 \cdot \sin^2 T} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cos\tau + \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \sin\tau - \frac{\partial m}{\partial y} \cdot \sin T \right) \cdot \Delta y^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{V, 12})$$

Za  $\sin\tau$  a  $\cos\tau$  dosadíme z rovnice (V, 6). Protože

$$\tau = (T + c - \delta_1^I - \gamma + \delta_1^{II})$$

a dále

$$T = \left( \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \right), \quad k = 0; 1,$$

je s dostatečnou přesností

$$\sin\tau = \sin T \cdot \cos(c - \gamma)$$

$$\cos\tau = -\sin T \cdot \sin(c - \gamma) \quad (\text{V}, 13)$$

$$\sin 2\tau = -\sin 2(c - \gamma)$$

$$\cos 2\tau = -\cos 2(c - \gamma).$$

Dále pak

$$\sin T = \pm 1$$

$$\sin^2 T = 1.$$

S použitím vztahů (V, 13) přejde rovnice (V, 12) na tvar

$$d = \frac{1}{m \cdot \sin T} (\mu - m) \cdot \Delta y + \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{m^2} \left( -\frac{\partial \mu}{\partial \xi} \sin(c - \gamma) + \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \cos(c - \gamma) - \frac{\partial m}{\partial y} \right) \sin T \cdot \Delta y^2 + \dots \quad (\text{V}, 14)$$

Při odvozování vztahu pro  $\Delta \delta$  vyjdeme z rovnic (literatura [43], rovnice (43))

$$\begin{aligned} \delta_1^I &= \frac{1}{2m} \cdot \frac{\partial m}{\partial x} \cdot \Delta y + \left( -\frac{1}{4m^2} \cdot \frac{\partial m}{\partial x} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{6m} \cdot \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right) \cdot \Delta y^2 \\ \delta_1^{II} &= -\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \cdot \Delta \xi + \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \cdot \Delta \eta \\ &+ \left( \frac{1}{4\mu^2} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \eta} - \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2 \mu}{\partial \xi \partial \eta} \right) \cdot \Delta \xi^2 \\ &+ \left[ -\frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{1}{6\mu} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \xi^2} - \frac{1}{6\mu} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \eta^2} \right] \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \eta \\ &+ \left( -\frac{1}{4\mu^2} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \eta} + \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2 \mu}{\partial \xi \partial \eta} \right) \cdot \Delta \eta^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{V}, 15)$$

V druhé rovnici (V, 15) vyjádříme souřadnicové rozdíly jako funkce souřadnicového rozdílu  $\Delta y$ .

Spojením rovnic (V, 9) a (V, 10) je

$$\begin{aligned} \Delta \xi &= \frac{\mu \cdot \cos \tau}{m \cdot \sin T} \cdot \Delta y + \\ &+ \frac{\mu}{2m^2 \cdot \sin^2 T} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \sin 2\tau + \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \cos 2\tau - \frac{\partial m}{\partial y} \cos \tau \cdot \sin T \right\} \cdot \Delta y^2 + \dots \\ \Delta \eta &= \frac{\mu \cdot \sin \tau}{m \cdot \sin T} \Delta y + \\ &+ \frac{\mu}{2m^2 \cdot \sin^2 T} \left\{ \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \sin 2\tau - \frac{\partial \mu}{\partial \eta} \cos 2\tau - \frac{\partial m}{\partial y} \sin \tau \cdot \sin T \right\} \Delta y^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{V}, 16)$$

Po dosazení do rovnic (V, 15) a po úpravě dostáváme

$$\Delta\delta = \delta_1^I - \delta_1^{II}$$

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \frac{1}{2m \cdot \sin T} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cos\tau - \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \sin\tau + \frac{\partial m}{\partial x} \sin T \right) \cdot \Delta y \\ &+ \frac{\mu^2 \cdot \cos 2\tau}{m^2 \cdot \sin^2 T} \left( \frac{1}{4\mu^2} \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\eta} + \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2\mu}{\partial\xi\partial\eta} \right) \cdot \Delta y^2 \\ &- \frac{\mu^2 \cdot \sin 2\tau}{2m^2 \cdot \sin^2 T} \left[ \frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \right)^2 - \frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \right)^2 + \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2\mu}{\partial\xi^2} - \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2\mu}{\partial\eta^2} \right] \cdot \Delta y^2 \\ &- \frac{1}{4m^2 \cdot \sin^2 T} \left\{ \left( \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \cos\tau - \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \sin\tau \right) \sin T + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial m}{\partial x} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \sin^2 T - \frac{2}{3} \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} m \cdot \sin^2 T \right\} \Delta y^2 + \dots \quad (\text{V, 17}) \end{aligned}$$

K zjednodušení rovnice (V, 17) použijeme opět vztahů (V, 13). Tím přejde rovnice (V, 17) na tvar

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \frac{1}{2m} \left( -\frac{\partial\mu}{\partial\eta} \sin(c-\gamma) - \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cos(c-\gamma) + \frac{\partial m}{\partial x} \right) \cdot \Delta y - \\ &- \frac{\mu^2 \cos 2(c-\gamma)}{m^2} \left( \frac{1}{4\mu^2} \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cdot \frac{\partial\mu}{\partial\eta} + \frac{1}{6\mu} \cdot \frac{\partial^2\mu}{\partial\xi\partial\eta} \right) \cdot \Delta y^2 \\ &+ \frac{\mu^2 \cdot \sin 2(c-\gamma)}{2m^2} \left[ \frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \right)^2 - \frac{1}{4\mu^2} \left( \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \right)^2 + \frac{1}{6\mu} \frac{\partial^2\mu}{\partial\xi^2} - \frac{1}{6\mu} \frac{\partial^2\mu}{\partial\eta^2} \right] \cdot \Delta y^2 + \\ &\quad + \frac{1}{4m^2} \left[ \frac{\partial\mu}{\partial\eta} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \sin(c-\gamma) + \frac{\partial\mu}{\partial\xi} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} \cdot \cos(c-\gamma) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial m}{\partial x} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \cdot m \right] \cdot \Delta y^2 + \dots \quad (\text{V, 18}) \end{aligned}$$

Naznačme způsob, jakým by bylo možno převádět souřadnice z Křovákova kuželového konformního zobrazení do Gauss-Krügerových pásů.

Za vztažné čáry volíme přímky

$$y = 0$$

$$y = 50$$

$$y = 100 \text{ km atd. v Křovákově zobrazení.}$$

Pro dostatečně hustou řadu bodů na vztažných přímkách určíme konvergenci  $c$  v kuželovém zobrazení a konvergenci  $\gamma$  a souřadnice  $\xi, \eta$  v Gauss-Krügerově zobrazení.

Pro délkové skreslení konformních kuželových zobrazení platí [42]:

$$m = k \left( 1 + \frac{1}{2r'^2} \cdot \Delta\varrho^2 - \dots \right), \quad (\text{V, 19})$$

kde  $k$  je redukční konstanta,  $r'$  je zmenšený poloměr Gaussovy koule,  $q$  je vzdálenost obrazu bodu od vrcholu kužele v rovině zobrazení. Dále

$$\begin{aligned}\Delta q &= q - q_0 \\ q &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ q_0 &= \text{konst.}\end{aligned}$$

Zřejmě platí

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Delta q}{\partial x} &= \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{x}{q} \\ \frac{\partial \Delta q}{\partial y} &= \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{y}{q} \\ \frac{\partial m}{\partial x} &= \frac{k}{r'^2} \cdot \frac{\Delta q}{q} \cdot x \\ \frac{\partial m}{\partial y} &= \frac{k}{r'^2} \cdot \frac{\Delta q}{q} \cdot y \\ \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} &= \frac{k}{r'^2} \cdot \frac{q_0}{q^3} xy \\ \frac{1}{m} &= \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{1}{2r'^2} \cdot \Delta q^2 \right) \\ \frac{1}{m^2} &= \frac{1}{k^2} \left( 1 - \frac{1}{r'^2} \cdot \Delta q^2 \right).\end{aligned}\tag{V, 20}$$

V Gauss-Krügerově zobrazení platí pro délkové skreslení

$$\mu = 1 + \frac{\eta^2}{2R^2} + \frac{\eta^4}{24R^4},\tag{V, 21}$$

kde střední poloměr  $R = \sqrt{MN}$  je vztažen k zeměpisné šířce úpatnicového bodu  $Q$  bodu  $Q$ .

Pak musí být

$$\frac{\partial R}{\partial \eta} = 0$$

a dále

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mu}{\partial \eta} &= \frac{\eta}{R^2} + \frac{\eta^3}{6R^4} \\ \frac{\partial \mu}{\partial \xi} &= 0\end{aligned}\tag{V, 22}$$

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \eta^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{\eta^2}{2R^4}$$

$$\frac{1}{\mu} = 1 - \frac{\eta^2}{2R^2}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 1 - \frac{\eta^2}{R^2}$$

Dosazením do rovnic (V, 14) a (V, 18) dostaneme hledané vztahy. Aplikace této metody pro transformaci souřadnic mezi Gauss-Krügerovými pásy je uvedena v práci [45].

Protože v našem případě šlo o předběžnou transformaci, nebylo tohoto způsobu použito, neboť výpočet potřebných tabulek by trval příliš dlouho a po definitivním vyrovnání sítě by se převodních tabulek nemohlo dále používat.

Bylo proto užito druhého způsobu převodu, neboť použijeme-li plošné interpolace v tabulkách s dvojnásobným argumentem, pak při definitivní transformaci stačí k hodnotám v tabulkách připočítat addiční konstantu, která se bude měnit velmi zvolna, a zcela dostačí vynést ji pro celé území ČSR na jednom grafu.

## 2. Transformace interpolací v tabulkách o dvou argumentech

### 1. Vytvoření převodních tabulek $(x, y) \rightarrow (X, Y)$ .

Postupem uvedeným v odstavci IV. 1. jsme dostali pro rohy základních triangulačních listů ( $50 \times 50$  km) souřadnice  $(B, L)$  na elipsoidu Krasovského.

Z nich byly vypočteny rovinné Gauss-Krügerovy souřadnice na milimetry tabulkami Křovákovými [22] a kontrola provedena tabulkami sovětskými [23]. Za základ byly vzaty výsledky podle tabulek [22], které zaručují milimetry.

Výsledky byly zhuštěny na krok  $10 \times 10$  km. Ing. Křovák ve svém návrhu [9] píše o nutnosti vytvořit tabulky s prvou diferencí. Takové tabulky by vyžadovaly krok  $2,5 \times 2,5$  km. Jejich rozsah by byl  $16 \times$  větší.

Vytvoření podobného díla by bylo účelné, kdyby šlo již o definitivní transformaci. V našem případě však dojde v nejbližší době k novému převyrovnání sítě a tím i ke změně převodních tabulek.

Proto bylo od výpočtu tabulek s lineární interpolací upuštěno. Zhušťování se provádělo nezávisle dvakrát. Nejprve byly vypočteny mezibody na čarách  $\Delta x = 50$  km a  $\Delta y = 50$  km. Pak bylo zhušťováno jednak svisle, jednak vodorovně s použitím čtvrtých diferencí. Rozdíl mezi oběma výpočty nepřesahoval 2 mm (viz přílohu 18).

Vypočtené hodnoty byly sestaveny do tabulek a vyčísleny první a druhé diference.

Pro větší pohodlí počtáře byla u druhých diferencí  $\Delta_{xx}$  a  $\Delta_{yy}$  změněna znaménka, takže se interpolační koeficient  $\frac{n(n-1)}{2}$  považuje vždy za kladný.

### 2. Transformační způsoby

#### a) Numerický způsob:

Body, jejichž souřadnice jsou jen v JKS, transformují se plošnou kvadratickou interpolací v tabulkách s dvěma argumenty podle vzorců

$$X = X_0 + \Delta X_y \cdot Z_y + \Delta X_x \cdot Z_x + \Delta X_{yy} \cdot K_y + \Delta X_{xx} \cdot K_x + \Delta X_{xy} \cdot Z_y \cdot Z_x,$$

$$Y = Y_0 + \Delta Y_y \cdot Z_y + \Delta Y_x \cdot Z_x + \Delta Y_{yy} \cdot K_y + \Delta Y_{xx} \cdot K_x + \Delta Y_{xy} \cdot Z_y \cdot Z_x,$$



kde  $Z_x, Z_y$  jsou části intervalu ve směru osy  $x$  a  $y$ , vyjádřené v 10 km, dále  $K_x$  a  $K_y$  jsou interpolační koeficienty:

$$K_x = \frac{Z_x(1 - Z_y)}{2}, \quad K_y = \frac{Z_y(1 - Z_x)}{2}.$$

Jak již bylo řečeno, znaménka u diferencí  $\Delta X_{yy}, \Delta X_{xx}, \Delta Y_{yy}, \Delta Y_{xx}$  jsou v tabulkách obrácena.

Výpočet jednoho bodu trvá na dvojitém počítačím stroji 5 až 7 minut hrubého času.

b) Grafický způsob:

Velký počet bodů, jež má VZÚ k dispozici, je určen jen v německém vojenském systému DHG (Deutsches Heeres Gitter). Byly utvořeny rozdíly rovinných válcových souřadnic

$$\Delta X = X_K - X_{DHG}$$

$$\Delta Y = Y_K - Y_{DHG}$$

pro každý roh triangulačního listu. Z těchto rozdílů byl zkonstruován vrstevnicový plán v měřítku 1:500 000.

Transformace se provádí podle rovnic

$$X_K = X_{DHG} + \Delta X \quad (16)$$

$$Y_K = Y_{DHG} + \Delta Y.$$

Rozdíly  $\Delta X$  a  $\Delta Y$  se odečtou z plánu.

Maximální chyba DHG souřadnic asi 8 cm je zaviněna ne zcela přesným způsobem transformace JKS do DHG.

Výpočet bodu trvá asi 1,5 minuty hrubého času.

c) Zkrácený numerický způsob.

Pro t. zv. vojenské pevné body (přesnost  $\pm 20$  cm), jejichž souřadnice jsou jen v JKS, byl navržen zkrácený numerický způsob. V interpolačních rovnicích je vynechán 4. a 5. člen.

Maximální chyba bude asi 10 cm. Poslední člen je možno vyčíslit na nomogramu.

Pro body ještě menší přesnosti ( $\pm 1$  metr) je možno vypustit i poslední člen.

### 3. Použité počítařské metody.

a) Hned na začátku prací byl zaveden zvláštní způsob značení kladných a záporných čísel:

kladná čísla jsou psána černě,  
záporná „ „ „ červeně.

Tento způsob se tak osvědčil, že byl pojat i do převodních tabulek pro numerickou transformaci.

b) Hlavní počítařské práce byly provedeny zásadně dvakrát nezávisle na různých typech počítačích strojů. Bylo totiž zjištěno, že některé typy strojů (zejména Madas-Portable-poloautomat) dělají při určitém seskupení čísel systematickou chybu.

Kontrola celého výpočtu (opravy  $dB, dL$ ) byla svěřena jinému počítařskému kolektivu (provedl SZKŮ, Ing. Morávek).

c) Při převodu bodů s elipsoidu do Křovákova kuželového zobrazení bylo použito poněkud odlišných formulářů, než používá SZKŮ.

Výpočet byl všude doplněn kontrolami

$$\operatorname{tga} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} .$$

Výpočet  $V$  byl proveden pohodlněji z rovnice

$$V = \lambda + (a - 1) \cdot \lambda .$$

Hodnota  $R$  byla počítána z rovnic

$$R = \frac{x}{\cos \varepsilon} = \frac{y}{\sin \varepsilon}$$

$$\operatorname{tge} = \frac{y}{x} .$$

Volený způsob byl nutný, protože počtáři byli nezacvičení a značné pottže jim dělala druhá diference u goniometrických funkcí.

d) Zhušťování tabulek pro převod  $(x, y) \rightarrow (X, Y)$  bylo provedeno na zvláštních formulářích a s použitím interpolační šablony pro interpolaci vpřed a zpět (příl. 19).

Pro interpolaci platí

$$Z_i = Z_0 + n_i \cdot \Delta_1 + \frac{n_i(n_i - 1)}{1 \cdot 2} \cdot \Delta_2 + \frac{n_i(n_i - 1)(n_i - 2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta_3 +$$

$$+ \frac{n_i(n_i - 1)(n_i - 2)(n_i - 3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta_4 + \dots \quad (\text{V, 23})$$

kde  $i = 1, 2, 3, 4$ ,

$$n_i = 0, 2 \cdot i .$$

Přepíšme si rovnici (V, 23) do tvaru

$$Z_1 = Z_0 + a_1 \cdot \Delta_1 + b_1 \cdot \Delta_2 + c_1 \cdot \Delta_3 + d_1 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$Z_2 = Z_0 + a_2 \cdot \Delta_1 + b_2 \cdot \Delta_2 + c_2 \cdot \Delta_3 + d_2 \cdot \Delta_4 + \dots \quad (\text{V, 24})$$

$$Z_3 = Z_0 + a_3 \cdot \Delta_1 + b_3 \cdot \Delta_2 + c_3 \cdot \Delta_3 + d_3 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$Z_4 = Z_0 + a_4 \cdot \Delta_1 + b_4 \cdot \Delta_2 + c_4 \cdot \Delta_3 + d_4 \cdot \Delta_4 + \dots$$

a kontrolní rovnice

$$Z_5 = Z_0 + \Delta_1 .$$

Rovnici pro  $Z_i$  můžeme vyjádřit jako funkci předcházejícího členu  $Z_{i-1}$ :

$$Z_1 = Z_0 + a_1 \cdot \Delta_1 + b_1 \cdot \Delta_2 + c_1 \cdot \Delta_3 + d_1 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$Z_2 = Z_1 + A_2 \cdot \Delta_1 + B_2 \cdot \Delta_2 + C_2 \cdot \Delta_3 + D_2 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$Z_3 = Z_2 + A_3 \cdot \Delta_1 + B_3 \cdot \Delta_2 + C_3 \cdot \Delta_3 + D_3 \cdot \Delta_4 + \dots \quad (\text{V, 25})$$

$$Z_4 = Z_3 + A_4 \cdot \Delta_1 + B_4 \cdot \Delta_2 + C_4 \cdot \Delta_3 + D_4 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$Z_5 = Z_4 + A_5 \cdot \Delta_1 + B_5 \cdot \Delta_2 + C_5 \cdot \Delta_3 + D_5 \cdot \Delta_4 + \dots$$

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Kde } A_2 = a_2 - a_1 & B_2 = b_2 - b_1 & C_2 = c_2 - c_1 & D_2 = d_2 - d_1 \\
 A_3 = a_3 - a_2 & B_3 = b_3 - b_2 & C_3 = c_3 - c_2 & D_3 = d_3 - d_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 A_5 = 1 - a_4 & B_5 = -b_4 & C_5 = -c_4 & D_5 = -d_4
 \end{array}$$

Všechny tyto koeficienty jsou pro celou interpolaci konstantní.

Pro interpolaci vpřed mají hodnoty:

	1	2	3	4	5
<i>A</i>	+ 0,200	+ 0,200	+ 0,200	+ 0,200	+ 0,200
<i>B</i>	— 0,080	— 0,040	—	+ 0,040	+ 0,080
<i>C</i>	+ 0,048	+ 0,016	— 0,008	— 0,024	— 0,032
<i>D</i>	— 0,034	— 0,008	+ 0,008	+ 0,016	+ 0,018

Pro interpolaci zpět:

	1	2	3	4	5
<i>A</i>	— 0,200	— 0,200	— 0,200	— 0,200	— 0,200
<i>B</i>	— 0,080	— 0,040	—	+ 0,040	+ 0,080
<i>C</i>	— 0,048	— 0,016	+ 0,008	+ 0,024	+ 0,032
<i>D</i>	— 0,034	— 0,008	+ 0,008	+ 0,016	+ 0,018

Popsaný způsob interpolace má tu výhodu, že počtář počítá bez vymazávání čísel ve stroji celou interpolační řadu, při čemž se stále kontroluje.

Interpolační šablona (příl. 22) se přiloží na formulář a vynásobí se postupně čísla stojící nad sebou.

Tím se dostane hodnota mezibodu.

Potom se šablona pootočí a celý proces se opakuje. Přitom jsou na líci šablony napsány koeficienty pro interpolaci vpřed, na rubu šablony pro interpolaci zpět.

e) Ukázka převodních tabulek  $(x, y) \rightarrow (X, Y)$  je na příloze 20, formulář pro numerickou transformaci viz přílohu 21. K tomuto formuláři patří pomocná tabulka členů *K* a nomogram pro vyčíslení posledního členu interpolačních rovnic.

Ukázka transformačního grafu ve skutečné velikosti je na příloze 23.

f) Téměř celá příprava transformace byla provedena numericky s použitím 12místných tabulek goniometrických funkcí Ing. Křováka. Základní konstanty pro kuželové zobrazení na Krasovského elipsoidu byly vypočteny logaritmicky.

g) Dále byly odvozeny řady pro základní veličiny elipsoidu a vypočteny numerické hodnoty koeficientů těchto řad pro elipsoid Krasovského. Srovnáním s jinými prameny byly často nalezeny v jiných publikacích chyby. Konstanty elipsoidu byly počítány logaritmicky na značný počet míst (20 až 27), aby z nich mohla být odvozena s dostatečnou přesností kostra dalších připravovaných tabulek.

## VI. ROZBOR VÝSLEDKŮ TRANSFORMACE

Transformační rovnice mají tvar (IV, 1)

$$X = \Delta x + x + ax - by + c(x^2 - y^2) - 2d \cdot xy + ex(x^2 - 3y^2) - fy(3x^2 - y^2)$$

$$Y = \Delta y + y + bx + ay + d(x^2 - y^2) - 2c \cdot xy + fx(x^2 - 3y^2) + ey(3x^2 - y^2) .$$

Aby bylo možno posoudit, do jaké míry byla JKS deformována převodem na Krasovského elipsoid a zapojením do sovětského systému 1942, byl proveden výzkum délkových a úhlových deformací.

### 1. Skreslení délek

Poměr délkového elementu geodetické čáry na elipsoidu Besselově a Krasovského je dán vztahem

$$m = \frac{ds_K}{ds_B} = \frac{m_B}{m_K} m_T$$

$$\text{čili} \quad m = m_B - m_K + m_T, \quad (\text{VI, 1})$$

kde  $m_B$  a  $m_K$  jsou délková skreslení Křovákova kuželového zobrazení na elipsoidu Besselově a Krasovského a  $m_T$  je skreslení z transformace.

Přitom předpokládáme, že skreslení při převodu s elipsoidu na kouli jsou v obou případech stejná.

Skreslení v Křovákově kuželovém zobrazení se vypočte z rovnice

$$m = 0,9999 \frac{R \cdot \sin \mathcal{S}_0}{r' \cdot \cos \mathcal{S}}$$

Protože však

$$\frac{R_K}{R_B} = \frac{r_K}{r_B} = 1,00013441415 ,$$

bude

$$\frac{R'_K}{r'_K} = \frac{R'_B}{r'_B} .$$

Skreslení  $m_K$  a  $m_B$  pro stejné šířky  $\mathcal{S}_i$  tedy budou stejná. Proto můžeme v rovnici (VI, 1) upravit rozdíl  $(m_B - m_K)$  na výhodnější tvar

$$(m_B - m_K) = 6 \cdot (\mathcal{S}_K - \mathcal{S}_B)^n \cdot \Delta m \cdot 10^{-10} , \quad (\text{VI, 2})$$

kde  $\mathcal{S}_K, \mathcal{S}_B$  jsou sférické šířky na obou elipsoidech a  $\Delta m$  je diference převratné hodnoty jedné šestiny délkového skreslení pro  $10''$  z tabulek Ing. Křováka v Instrukci A [11].

Skreslení  $m_T$  můžeme odvodit z rovnice (IV, 1). Protože jde o konformní transformaci, stačí uvažovat skreslení v jednom směru:

$$m_T = \frac{\partial \sigma_K}{\partial \sigma_B} = \sqrt{\frac{\partial X^2}{\partial x^2} + \frac{\partial Y^2}{\partial x^2}} = \sqrt{\frac{\partial X^2}{\partial y^2} + \frac{\partial Y^2}{\partial y^2}}$$

$$m_T = 1 + \frac{\partial X}{\partial x} = 1 + \frac{\partial Y}{\partial y} . \quad (\text{VI, 2})$$

Po dosazení z rovnice (IV, 1) bude

$$m_T = 1 + a + 2cx - 2dy + 3e(x^2 - y^2) - 6fxy \quad (\text{VI, 3})$$

a numerická hodnota tohoto výrazu je

$$m_T = 1 + 10^{-3} \cdot (4,107 - 0,714x + 2,444y + 3,512(x^2 - y^2) - 10,224xy) ; \quad (\text{VI, 4})$$

$x$  a  $y$  jsou udány v tisících kilometrech.

Mezi délkovým elementem geodetické čáry na obou elipsoidech platí vztah

$$m = 6 \cdot (\mathcal{S}_K - \mathcal{S}_B)^n \cdot \Delta m \cdot 10^{-10} + m_T . \quad (\text{VI, 5})$$

Velikost tohoto skreslení je vynesena graficky na příloze 24.

## 2. Stočení sítě

a) Uvažujme nejprve o stočení sítě v rovině kuželového zobrazení. Diferencováním rovnice (IV, 1) dostaneme

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\frac{\partial X}{\partial y}}{\frac{\partial Y}{\partial y}} .$$

Jde o malý úhel, proto

$$\omega'' = \varrho'' \cdot \frac{\partial X}{\partial y} : \frac{\partial Y}{\partial y}$$

$$\omega'' = -\varrho'' \cdot [ +b + 2cy + 2dx + 6exy + 3f(x^2 - y^2) ] . \quad (\text{VI, 6})$$

Po dosazení číselných hodnot

$$\omega'' = \varrho'' [ 45,340 + 0,714y + 2,444x - 7,023xy - 5,112(x^2 - y^2) ] \cdot 10^{-3} .$$

Souřadnice  $x, y$  jsou v tisíci kilometrech.

Změna stočení v rovině kuželového zobrazení dává do jisté míry možnost usuzovat na deformace sítě. Proto byla hodnota stočení vynesena graficky na příloze 25.

b) Změnu azimutu geodetické čáry, čili stočení délkového elementu geodetické čáry na elipsoidu dostaneme, přidáme-li k hodnotě  $\omega$  rozdíl konvergencí na elipsoidu Besselově a Krasovského:

$$dA = \omega + (C_K - C_B) . \quad (\text{VI, 7})$$

Meridiánová konvergence pro použité zobrazení se určí ze vztahů

$$C = \varepsilon - \gamma$$

$$\sin \gamma = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \Delta V}{\cos \delta} \quad (\text{VI, 8})$$

Změna azimutů je vynesena na příloze 26.

### 3. Rozdíly $\delta x$ a $\delta y$

Platí

$$\delta x = X - x$$

$$\delta y = Y - y$$

čili

$$\delta x = \Delta x + ax - by + c(x^2 - y^2) - 2dxy + ex(x^2 - 3y^2) - fy(3x^2 - y^2)$$

$$\delta y = \Delta y + bx + ay + d(x^2 - y^2) + 2cxy + fx(x^2 - 3y^2) + ey(3x^2 - y^2) \quad (\text{VI, 9})$$

Rozdíly  $\delta x$  a  $\delta y$  jsou vyneseny na příloze 27.

4. Aby bylo možno zjistit deformace rozprostírající se na velkém území, byla republika pokryta sítí velkých trojúhelníků s průměrnou délkou stran  $S_0 = 360$  km.

(Příloha 28.) Byly vypočteny délky křivek, jejich azimuty a protiazimuty na obou elipsoidech. Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce.

Pořadí hodnot v tabulce je toto: spojnice bodů, délka křivky v mm, azimut a protiazimut (všechno na Besselově elipsoidu), dále rozdíl  $(s_B - s_K)$ ,  $(A_B - A_K)$ , měřítko skreslení v mm/km a poměr  $\Delta s : s_B$ .

Z rovnice (VI, 7) bylo vypočteno stočení sítě na elipsoidu (příloha 26) a porovnáno s průměrnou diferencí azimutů  $\Delta A_0$

$$\Delta A_0 = \frac{\Sigma(A_{ik}^B - A_{ik}^K)}{n}$$

Dále bylo určeno graficky průměrné délkové skreslení pro každou stranu z přílohy 24 a porovnáno s vypočteným délkovým skreslením:

$$m = \frac{S_K}{S_B}$$

Výsledky jsou v následující tabulce.

Pořadí hodnot v tabulce je toto: výchozí bod, koncový bod křivky, rozdíl azimutů na elipsoidu Besselově a Krasovského z výpočtu geodetických křivek, průměr těchto rozdílů pro každý jednotlivý bod, rozdíl azimutů pro týž bod vypočtený z rovnice (VI, 7).

Dále délkové skreslení pro každou křivku z výpočtu geodetických křivek v mm/km a průměrné délkové skreslení určené z grafu podle rovnice (VI, 6), rovněž v mm/km.

Křivka	$s_B$	$\begin{matrix} A_{ih} \\ A_{ki} \end{matrix}$	$\Delta s$	$\Delta A$	$m$	$\Delta s : s$
1-8	254939164	$\begin{matrix} 69^\circ 00' 54'' 586 \\ 251^\circ 40' 55'' 907 \end{matrix}$	-0,265	$\begin{matrix} -5,963 \\ -7,600 \end{matrix}$	-1,04	1:962000
1-3	335410833	$\begin{matrix} 143^\circ 46' 40'' 983 \\ 325^\circ 48' 23'' 584 \end{matrix}$	-0,681	$\begin{matrix} -5,500 \\ -6,315 \end{matrix}$	-2,03	1:493000
1-2	199998026	$\begin{matrix} 170^\circ 20' 13'' 893 \\ 350^\circ 41' 13'' 876 \end{matrix}$	-0,615	$\begin{matrix} -5,681 \\ -5,669 \end{matrix}$	-3,08	1:326000
1-5	850077096	$\begin{matrix} 108^\circ 23' 34'' 179 \\ 296^\circ 34' 50'' 751 \end{matrix}$	+1,886	$\begin{matrix} -5,404 \\ -9,213 \end{matrix}$	+2,22	1:451000
2-3	180241622	$\begin{matrix} 114^\circ 24' 20'' 970 \\ 296^\circ 03' 47'' 611 \end{matrix}$	-0,390	$\begin{matrix} -5,198 \\ -6,003 \end{matrix}$	-2,16	1:462000
3-8	363995236	$\begin{matrix} 8^\circ 20' 06'' 233 \\ 188^\circ 54' 55'' 945 \end{matrix}$	-0,094	$\begin{matrix} -6,384 \\ -7,105 \end{matrix}$	-0,03	1:3870000
3-7	427202438	$\begin{matrix} 61^\circ 50' 43'' 607 \\ 245^\circ 48' 51'' 643 \end{matrix}$	+0,735	$\begin{matrix} -6,123 \\ -8,420 \end{matrix}$	+1,72	1:582000
3-4	316188856	$\begin{matrix} 100^\circ 51' 24'' 795 \\ 283^\circ 55' 33'' 804 \end{matrix}$	+0,428	$\begin{matrix} -5,759 \\ -7,217 \end{matrix}$	+1,35	1:738000
4-8	492430332	$\begin{matrix} 328^\circ 59' 07'' 941 \\ 151^\circ 33' 18'' 671 \end{matrix}$	+0,931	$\begin{matrix} -6,986 \\ -7,757 \end{matrix}$	+1,89	1:529000
4-7	269264910	$\begin{matrix} 17^\circ 19' 13'' 945 \\ 198^\circ 09' 37'' 556 \end{matrix}$	+0,943	$\begin{matrix} -7,529 \\ -8,311 \end{matrix}$	+3,50	1:286000
4-6	360564770	$\begin{matrix} 51^\circ 50' 00'' 440 \\ 234^\circ 46' 28'' 393 \end{matrix}$	+1,886	$\begin{matrix} -7,586 \\ -9,335 \end{matrix}$	+5,23	1:191000
4-5	300001155	$\begin{matrix} 85^\circ 32' 17'' 121 \\ 268^\circ 29' 27'' 775 \end{matrix}$	+1,741	$\begin{matrix} -7,342 \\ -8,745 \end{matrix}$	+5,80	1:172000
5-7	320165678	$\begin{matrix} 319^\circ 50' 56'' 913 \\ 137^\circ 40' 59'' 780 \end{matrix}$	+1,876	$\begin{matrix} -9,141 \\ -8,911 \end{matrix}$	+5,86	1:171000
5-6	200007880	$\begin{matrix} 358^\circ 27' 09'' 030 \\ 178^\circ 30' 23'' 808 \end{matrix}$	+1,407	$\begin{matrix} -9,499 \\ -9,193 \end{matrix}$	+7,03	1:142000
6-7	206121211	$\begin{matrix} 282^\circ 30' 43'' 507 \\ 100^\circ 22' 19'' 816 \end{matrix}$	+1,102	$\begin{matrix} -9,699 \\ -8,696 \end{matrix}$	+5,35	1:187000
7-8	306447408	$\begin{matrix} 300^\circ 05' 35'' 957 \\ 116^\circ 37' 00'' 955 \end{matrix}$	+0,850	$\begin{matrix} -8,923 \\ -7,308 \end{matrix}$	+2,77	1:361000
2-8	353543082	$\begin{matrix} 35^\circ 41' 52'' 288 \\ 217^\circ 58' 46'' 973 \end{matrix}$	-0,453	$\begin{matrix} -5,690 \\ -7,304 \end{matrix}$	-1,28	1:780000

s bodu	na bod	$\Delta A =$ $= A_{ik}^B - A_{ik}^K$	$\Delta A_0$	$\Delta A_G$ (graf.)	$m = \frac{S_K}{S_B}$	$m_G$ (graf.)
1	8	-5,96"	-5,6"	-6,0"	-1,0	-0,4
	3	-5,50"			-2,0	-2,1
	2	-5,68"			-3,1	-3,1
	5	-5,40"			+2,2	+2,3
2	1	-5,67"	-5,5"	-5,7"	-3,1	-3,1
	8	-5,69"			-1,3	-0,5
	3	-5,20"			-2,2	-2,0
3	2	-6,00"	-6,1"	-5,9"	-2,2	-2,0
	1	-6,32"			-2,0	-2,1
	8	-6,38"			0	+0,1
	7	-6,12"			+1,7	+1,9
	4	-5,76"			+1,4	+1,4
4	3	-7,22"	-7,3"	-7,2"	+1,4	+1,4
	8	-6,99"			+1,9	+2,3
	7	-7,53"			+3,5	+4,1
	6	-7,59"			+5,2	+5,4
	5	-7,34"			+5,8	+5,7
5	4	-8,74"	-9,1"	-9,0"	+5,8	+5,7
	1	-9,21"			+2,2	+2,3
	7	-9,14"			+5,9	+6,1
	6	-9,50"			+7,0	+7,1
6	5	-9,19"	-9,4"	-9,6"	+7,0	+7,1
	4	-9,34"			+5,2	+5,4
	7	-9,70"			+5,4	+6,0
7	6	-8,70"	-8,7"	-8,7"	+5,4	+6,0
	5	-8,91"			+5,9	+6,1
	4	-8,31"			+3,5	+4,1
	3	-8,42"			+1,7	+1,9
	8	-8,92"			+2,8	
8	7	-7,31"	-7,4"	-7,6"	+2,8	+3,8
	4	-7,76"			+1,9	+2,3
	3	-7,10"			0	+0,1
	2	-7,30"			-1,3	-0,5
	1	-7,60"			-1,0	-0,4



## VII. VÝZKUM SPRÁVNÉ POLOHY SÍTĚ NA ELIPSOIDU

Methodou Lederstegerovou bylo zjišťováno stočení jednotné katastrální sítě v  $\triangle$ Brdo na obou elipseidech před transformací a po transformaci. Bod  $\triangle$ Brdo byl posunut do nové polohy nalezené prof. Bucharem [2] o  $d\varphi = -0,52''$ ,  $d\lambda = -13''72$ . (Kdyby byl ponechán  $\triangle$ Brdo v původní poloze, vyšly by přibližně stejné výsledky.)

a) Nejprve bylo hledáno stočení sítě v  $\triangle$ Brdo z azimutů zaměřených na bodech, jichž použil Ing. Křovák k orientaci a umístění sítě na elipsoidu. Jsou to body (Buchar [2]), čís. 1—16, 18—28, 30—32, 36, 37, 51. Celkem 33 body. Bylo nalezeno stočení

$$dA_B = -7,59'' ,$$

$$dA_K = -1,16'' .$$

b) Dále bylo počítáno stočení z bodů ležících na území Čech a Moravy. Jsou to body [2] 1—16, 18—28, 30—41, 43—49, 51. Celkem 47 bodů.

Stočení sítě vyšlo  $dA_B = -7,32''$  ,

$$dA_K = -0,86'' .$$

Hodnota  $dA_B$  se dobře shoduje s odchylkou, kterou nalezl Ledesteger i se stočením, které vyšlo v  $\triangle$ Brdo po zapojení do sovětského systému 1942.

c) Pro samotnou Moravu (body 33—35, 38—41, 43, 49) – celkem 14 bodů – byly nalezeny hodnoty:

$$dA_B = -6,70'' ,$$

$$dA_K = +0,19'' .$$

d) Pro Slovensko (body 50, 52—58, 60—64, 66—92), celkem 40 bodů, jsme dostali

$$dA_B = -12,12'' ,$$

$$dA_K = -4,32'' .$$

e) Pro celé území ČSR byly vypočteny tyto výsledky:

$$dA_B = -9,56'' ,$$

$$dA_K = -2,48'' .$$

Shrňme si dosavadní výsledky:

	Skupina	Počet bodů	$dA_B$	$dA_K$	$dA_K - dA_B$
1	Čechy	33	$-7,59''$	$-1,16''$	$+6,43''$
2	Morava	14	$-6,70''$	$+0,19''$	$+6,89''$
3	Slovensko	40	$-12,12''$	$-4,32''$	$+7,80''$
4	Čechy a Morava	47	$-7,32''$	$-0,86''$	$+6,46''$
5	celé ČSR	87	$-9,56''$	$-2,48''$	$+7,08''$

Na území ČSR se rozkládá rozsáhlá tížnicová anomálie, způsobená tím, že geoid má ve směru rovnoběžky menší zakřivení než elipsoid. Tato anomálie je zřejmě menší po transformaci do systému 1952. Síť po transformaci mnohem lépe odpovídá astronomickým měřením než síť původní. Je to pochopitelné, protože elipsoid Krasovského je větší než elipsoid Besselův. Proto se lépe přimyká ke geoidu. To je patrné z rozdílů v následující tabulce:

Rozdíl	JKS	1942
Čechy - Slovensko	+ 4,53"	+ 3,16"
(Čechy a Morava) - Slovensko	+ 4,80"	+ 3,46"
celé ČSR - Čechy	- 1,97"	- 1,32"
celé ČSR - Morava	- 2,86"	- 2,67"
celé ČSR - Slovensko	+ 2,56"	+ 1,84"

JKS po zapojení do systému 1952 je stočena o 2,48" na východ, tedy mnohem méně, než na elipsoidu Besselově. Přitom však pro těžiště sítě, t. j. pro Moravu, je toto stočení pouze 0,19" na západ.

Dále byla vypočtena Lederstegerovou methodou nejpravděpodobnější poloha sítě na elipsoidu.

Pro bod  $\triangle$ Brdo jsme dostali

$$\Delta\varphi = +0,28'' ,$$

$$\Delta\lambda = -1,21'' .$$

V těžišti sítě by bylo nutno posunout transformovanou JKS

o 8,60 m na sever,

o 24,60 m na západ

a pootočít o 2,48" na západ.

Polohu a orientaci sítě na elipsoidu můžeme tedy označit jako dobrou.

## VIII. RŮZNÉ SOUSTAVY TÍŽNICOVÝCH ODCHYLEK NA ÚZEMÍ ČSR

### a) Tížnicové odchylky na území ČSR

Byly vypočteny geodetické souřadnice tří Laplaceových bodů ležících přibližně v těžišti sítě. Jsou to

$\triangle$ Brdo,

$\triangle$ Javorník Kelčský,

$\triangle$ Přední Příčka.

Z geodetických souřadnic byly vypočteny methodou střední šířky geodetické azimuty.

Geodetické délky byly redukovány na Greenwich konstantou  $17^{\circ} 39' 59'' 7354$ .

Dostali jsme tyto hodnoty:

	Brdo	Javorník Kelčský	Přední Příčka	Na směr
$B$	$49^{\circ} 10' 17'' 3202$	$49^{\circ} 24' 02'' 4834$	$49^{\circ} 30' 22'' 5907$	
$L$	$17^{\circ} 18' 39'' 1196$	$16^{\circ} 46' 03'' 1810$	$17^{\circ} 14' 53'' 5729$	
$A_1$	—	$232^{\circ} 40' 32'' 343$	$173^{\circ} 00' 16'' 584$	$\triangle$ Brdo
$A_2$	$52^{\circ} 19' 46'' 179$	—	$107^{\circ} 07' 23'' 994$	$\triangle$ Javorník Kelčský
$A_3$	$353^{\circ} 03' 07'' 676$	$287^{\circ} 31' 04'' 673$	—	$\triangle$ Přední Příčka

Tížnicové odchylky:

Bod	$\xi$	$\eta_L$	Směr	$\eta_A$	$\Theta$	$e$
Brdo	$-2,59''$	$+0,14$	Javorník Kelčský Přední Příčka	$+0,19''$ $-0,27''$	$2,59''$	$151,5^{\circ}$
Javorník Kelčský	$+0,42''$	$-2,64$	Brdo Přední Příčka	$-0,51''$ $-0,35''$	$2,67''$	$279,0^{\circ}$
Přední Příčka	$-1,34''$	$-0,60$	Brdo Javorník Kelčský	$+0,76''$ $+2,13''$	$1,47''$	$204,2^{\circ}$

Dr Buchar určil pro bod  $\triangle$ Brdo methodou Lederstegerovou nejpravděpodobnější polohu tohoto bodu na elipsoidu Besselově a azimut jedné strany [2].

Mý jsme provedli tentýž výpočet na elipsoidu Krasovského. Geodetické souřadnice na elipsoidu Krasovského byly odvozeny s dostatečnou přesností graficky z geodetických souřadnic Dr Buchara. V následující tabulce jsou uvedeny geodetické hodnoty  $\triangle$ Brdo po zapojení do systému 1952 a souřadnice tohoto bodu po orientaci a správné poloze na elipsoidu Besselově (Dr Buchar) a Krasovského (VTOPŮ).

	1952	Po správném umístění sítě		1952 - B.	1952 - VTOPŮ
		Dr Buchar	VTOPŮ		
$\varphi$	$49^{\circ} 10' 17'' 32$	$49^{\circ} 10' 17'' 54$	$49^{\circ} 10' 17'' 60$	$-0,22''$	$-0,28''$
$\lambda$	$17^{\circ} 18' 39'' 12$	$17^{\circ} 18' 38'' 20$	$17^{\circ} 18' 37'' 91$	$+0,92''$	$+1,21''$
$A_1$	$52^{\circ} 19' 46'' 18$	$52^{\circ} 19' 43'' 92$	$52^{\circ} 19' 43'' 70$	$+2,26''$	$+2,48''$
$A_2$	$353^{\circ} 03' 07'' 68$	$353^{\circ} 03' 05'' 37$	$353^{\circ} 03' 05'' 20$	$+2,31''$	$+2,48''$
$\xi$	$-2,59''$	$-2,81''$	$-2,87''$	$+0,22''$	$+0,28''$
$\eta$	$+0,14''$	$+0,74''$	$+0,94''$	$-0,60''$	$-0,80''$

Podobnou práci provedl pro některé body naší sítě Dr Karel Ledersteger [19], když vyrovnával síť pokrývající téměř celou Evropu. Výpočet je proveden pro elipsoid Besselův.

Dr Wolf při vyrovnání t. zv. „Zentraleuropäisches Netz“ použil rovněž některých našich bodů a vypočetl tížnicové odchylky na elipsoidu Hayfordově [14].

Přehled tížnicových odchylek

Čís.	Bod	ξ			1/L			1/A					
		1952	JKS	ZEN	L.	H.	1952	JKS	ZEN	L.	1952	JKS	ZEN
1	Dylen	+2,46	+2,03				-3,42	-2,19			-3,42	-0,24	
2	Čerchov	-2,74	-2,91				-4,16	-4,40			-4,16	-0,84	
3	Skapce	+0,65	+0,56				-3,99	-4,64			-3,99	-0,70	
4	Třebouň	+1,08	+0,61	-0,97			+0,99	-1,77	+0,27		+0,99	+4,03	+0,32
5	V. Javor	-4,08	-4,12	-4,78			-6,34				-6,34	-3,04	-5,65
6	Doubrava	-0,95	-1,15				-1,35				-1,35	+1,82	
7	Bernstein	-0,54	-1,30				+7,71				+7,71	+10,47	
8	Brno	+1,80	+1,40				+0,18				+0,18	+3,10	
9	Džbán	+3,35	+2,76	+1,76			-2,35				-2,35	+0,43	-1,81
10	Boleniny	-1,17	-1,37	-2,52			+0,19				+0,19	+3,20	+1,44
11	Boubín	+0,94	+0,93	+0,04			+2,28				+2,28	+5,43	+1,93
12	Tok	-2,18	-2,51	-3,44			-0,53				-0,53	+2,38	+1,22
13	Milečovka	+4,07	+3,31	+2,93			-1,53				-1,53	+1,10	-0,54
14	Studený vrch	+4,06	+3,65	+2,81			-1,10				-1,10	+1,70	-0,36
15	Sněžník Děč.	-0,01	-0,90	-1,16			+2,88				+2,88	+5,40	+2,32
16	Košský vrch	-2,99	-3,29	-4,16			+0,96				+0,96	+3,79	+1,86
17	Klet	+1,20	+1,23	+0,23									
18	V. Kamýk	-0,14	-0,29	-1,54			-2,19				-2,19	+0,72	-0,37
19	Ládvi	+2,29	+1,71	+1,12	+2,00		-0,97				-0,97	+1,47	-0,03
20	Kohout	+3,57	+3,63				-3,16				-3,16	-0,18	
21	Větrník	+1,24	+1,18				-2,52				-2,52	+0,37	
22	Luž	+2,10	+1,18	+1,04	+1,27		+1,41				+1,41	+3,73	+1,62
23	Mezivraty	+1,08	+0,74	-0,16			+0,92				+0,92	+3,60	+0,92
24	Bezděz	+2,99	+2,20	+2,01									
25	Pecný	+3,76	+3,28	+2,73			+0,98				+0,98	+1,79	-3,16
26	Svidník	-1,04	-1,89				+2,42				+2,42	+4,97	
2a	Sadská	-0,69	-1,30	-1,54			-1,03				-1,03	+1,39	+0,54
28	Ještěd	+3,53	+2,64										
29	Vysoký	+0,03	-0,09										
30	Vysoká	+5,98	+5,46	+4,74			-0,99				-0,99	+1,45	-0,22

Čís.	Rod	ξ				η <sub>L</sub>				η <sub>A</sub>					
		ZEN		L.		ZEN		L.		JKS		ZEN		L.	
		1952	JKS	ZEN	L.	H.	1952	JKS	ZEN	L.	1952	JKS	ZEN	L.	
31	Vetř	- 1,70	- 2,44	- 2,85			- 2,20	- 0,92		- 0,65	+ 1,60				
32	Melechov	+ 5,57	+ 5,19				- 2,46	- 1,20		- 3,35	- 0,88				
33	Špičák u Třešti	+ 3,47	+ 3,24							- 5,66	- 3,14				
34	Hora Marěnka	+ 0,58	+ 0,41							+ 0,06	+ 2,57				
35	Spálava	+ 2,94	+ 2,48							- 3,60	- 1,89				
36	Sněžka	+ 9,79	+ 8,88	+ 8,78	+ 9,54		- 0,95	+ 0,20	+ 1,04	- 0,79	+ 1,25	+ 0,71	- 1,42		
37	Kunětická hora	+ 3,13	+ 2,53	+ 1,86						- 1,68	+ 0,51	- 1,71			
38	Blažkov	+ 3,01	+ 2,69				- 1,06	+ 0,03		- 3,38	- 1,01				
39	Spitilmals	- 4,02	- 4,02							+ 6,01	+ 8,57				
40	Žákova hora	+ 4,83	+ 4,42							- 7,83	- 5,59				
41	Ambrožný	- 1,44	- 1,71				+ 1,79	+ 2,79		+ 1,42	+ 3,75				
42	Paseky	+ 7,08	+ 6,62												
43	Rapotice	- 3,41	- 3,61				+ 2,80	+ 3,75		+ 3,36	+ 5,68				
44	Horní les	- 1,52	- 1,90							+ 0,47	+ 2,64				
45	Buschberg	- 0,99	- 0,91							+ 1,20	+ 3,68				
46	Sekoř	- 2,87	- 3,19				+ 0,98	+ 1,87		- 1,06	+ 1,14				
47	Roh	+ 2,82	+ 2,36							+ 7,19	+ 9,24				
48	Děvín	- 1,93	- 1,99				+ 4,38	+ 5,18		+ 3,63	+ 5,91				
49	Proktest	- 5,95	- 6,22				+ 2,16	+ 2,94		+ 0,37	+ 2,48				
50	Babač	+ 1,71	+ 1,34				+ 0,10	+ 0,88		- 4,67	- 2,64				
51	Kralický Sněžník	+ 5,17	+ 4,48	+ 3,99			- 2,96	- 2,18	- 0,92	- 3,44	- 1,47	- 2,16			
52	Bradlo u Hrad.	- 3,39	- 3,91				- 0,68	+ 0,03		+ 0,08	+ 1,97				
53	Velký Kosíř	- 1,08	- 1,46							+ 3,65	+ 5,61				
54	Nerčedín	- 2,40	- 2,81							+ 1,30	+ 3,29				
55	Přední Přička	- 1,35	- 1,71				- 0,60	+ 0,03		+ 0,73	+ 2,65				
56	Roštún	+ 4,01	+ 4,12				- 9,07	- 8,49		- 7,41	- 5,20	- 10,40			
57	Brdo	- 2,59	- 2,81				+ 0,16	+ 0,74		+ 0,09	+ 2,05	+ 0,04			
58	Čupí	+ 1,58	+ 1,52				- 8,45	- 7,86		- 10,90	- 8,84	- 9,67			
59	Biskupská kupa	+ 13,89	+ 13,17	+ 12,72			+ 1,65	+ 2,19	+ 3,71						
60	Slunečná	- 1,32	- 1,85				- 1,29	- 0,70		- 4,74	- 2,96				
61	Javorník Kelčský	+ 0,41	+ 0,08				- 5,44	- 4,99		- 2,98	- 1,22	- 3,67			

Čís.	Bod	ξ						η <sub>L</sub>						η <sub>A</sub>									
		1952		JKS		ZEN		L.	H.	1952		JKS		ZEN		L.	1952		JKS		ZEN		L.
62	V. Lopeník	-1,07	+1,18	-2,33	-1,89	-2,64	-0,05	+0,39	-0,05	+0,39	-3,41	-1,50	-6,05										
63	Hůrky	+3,76	+3,21	-4,08	-1,89	+2,18	-5,80	-5,48	-5,80	-5,48	0,35	+1,25											
64	Zobor	-2,49	-2,35	+0,20	-1,89	+2,18	-2,69	-2,44	-2,69	-2,44	7,76	-5,79	-7,21	-5,16									
65	Kapónské berchy	+1,69	+2,02	-2,07	-0,20	-0,20	-4,13	-3,90	-4,13	-3,90													
66	Dlhá hora	-0,74	-0,47	-2,07	-0,20	-0,20	-4,98	-4,74	-4,98	-4,74													
67	Lysá hora	+0,63	+0,22	-7,21	-0,20	-0,20	-3,43	-3,31	-3,43	-3,31													
68	V. Inovec	-5,82	-5,71	-7,21	-0,20	-0,20	-2,82	-2,67	-2,82	-2,67													
69	Ráj	+2,68	+2,12	-7,21	-0,20	-0,20	-6,70	-6,60	-6,70	-6,60													
70	Prácník	+0,97	+0,98	-7,21	-0,20	-0,20	-4,39	-4,31	-4,39	-4,31													
71	Alsóhegy	-0,30	-0,01	-7,21	-0,20	-0,20	-4,01	-3,89	-4,01	-3,89													
72	Plešivec	-0,76	-0,41	-7,21	-0,20	-0,20	-1,25	-1,18	-1,25	-1,18													
73	Horenovo	+1,03	+0,96	-7,21	-0,20	-0,20	+0,39	+0,45	+0,39	+0,45													
74	Sitno	-2,40	-2,30	-7,21	-0,20	-0,20	+0,00	+0,04	+0,00	+0,04													
75	Štálovo	+2,15	+2,19	-7,21	-0,20	-0,20	-1,36	-1,33	-1,36	-1,33													
76	Veleštur	-3,57	-3,62	-7,21	-0,20	-0,20	-4,10	-4,12	-4,10	-4,12													
77	Križná	-3,96	-4,08	-7,21	-0,20	-0,20	-3,67	-3,70	-3,67	-3,70													
78	Drahe	-1,05	-1,06	-7,21	-0,20	-0,20	-4,30	-4,40	-4,30	-4,40													
79	Priečno	+1,12	+1,19	-7,21	-0,20	-0,20	-0,04	-0,17	-0,04	-0,17													
80	Čertez	+3,55	+3,47	-7,21	-0,20	-0,20	-3,96	-4,08	-3,96	-4,08													
81	Bradlo u Abelové	-4,10	-4,02	-5,39	-3,57	-3,40	+0,21	+0,01	+0,21	+0,01													
82	Polana	-2,04	-2,07	-5,39	-3,57	-3,40	-2,72	-2,98	-2,72	-2,98													
83	Babia góra	+2,71	+1,90	-9,00	-3,57	-3,40	-1,35	-1,63	-1,35	-1,63													
84	Jasenina	-7,71	-7,71	-9,00	-3,57	-3,40	-0,64	-0,95	-0,64	-0,95													
85	V. Bučň	-1,54	-1,42	-9,00	-3,57	-3,40	+0,93	+0,61	+0,93	+0,61													
86	Trstje	-3,98	-4,01	-5,28	-3,06	-0,95	+1,13	+0,65	+1,13	+0,65													
87	Tubahegy	-1,53	-1,43	-2,95	-3,06	-0,95	+3,93	+3,19	+3,93	+3,19													
88	Kvetský vrch	-3,40	-3,38	-2,95	-3,06	-0,95	-2,98	-3,67	-2,98	-3,67													
89	Zlary stól	+4,02	+3,92	-2,95	-3,06	-0,95	+0,90	-0,12	+0,90	-0,12													
90	Šimonka	+4,14	+3,97	-2,95	-3,06	-0,95	+2,25	+2,86	+2,25	+2,86													
91	Vihorlat	-0,32	-0,47	-2,95	-3,06	-0,95	-4,25	-3,89	-4,25	-3,89													
92	Popričníj vrch	+2,35	+2,24	-2,95	-3,06	-0,95	+1,58	-1,26	+1,58	-1,26													

Dr Homoródi Lajos ve studii o správném umístění a orientování maďarské trigonometrické sítě rovněž použil některých našich bodů. Výpočet prováděl rovněž na elipsoidu Hayfordově [20].

V následující tabulce jsou uvedeny tížnicové odchylky podle VTOPÚ, Dr Buchara, Dr Wolfa, Dr Lederstegera a Dr Homoródiho.

Odchylky naše a ZEN jsou skutečné, t. j. dané rozdílem astronomických a geodetických souřadnic v daném systému. Tížnicové odchylky ostatních autorů byly získány po přibližně správném orientování a umístění sítě na elipsoidu.

Protože u většiny cizích autorů nebyly uveřejněny astronomické hodnoty, z kterých byly tížnicové odchylky odvozeny, nebylo možno vztáhnout všechny výsledky na společný základ. To by bylo možné učinit pro odchylku  $\xi$  jen asi u poloviny bodů a jen u nepatrného počtu bodů pro odchylku  $\eta$ . Proto bylo od podobné práce upuštěno. Chyby zaviněné tím, že různí autoři brali různé astronomické hodnoty, nebudou příliš velké.

U Dr Homoródiho neuvádím odchylky  $\eta_L$  a  $\eta_A$ , protože jejich přesnost je velmi malá. Body jsou číslovány podle publikace Dr Buchara.

## b) Srovnání jednotlivých systémů tížnicových odchylek

Pro srovnávání jednotlivých systémů byly vybrány jen ty body, které bylo možno redukovat na společnou základnu, t. j. na astronomická měření podle prof. Buchara. Z těchto bodů byly vyloučeny ty, které se vztahují na různá centra.

Srovnáním systému 1952 se systémem ZEN vidíme, že oba systémy jsou vůči sobě nepatrně stočeny. Zeměpisné šířky se liší o téměř konstantní rozdíl, který směrem na východ roste. Střední hodnota

$$(\varphi_{ZEN} - \varphi_{1942}) = +1,37'' .$$

Rozdíl  $\Delta\eta_L$  je rovněž téměř konstantní, směrem na východ roste. Střední hodnota  $\Delta\eta_{L0} = -2,10''$ .

Čís.	$\xi$			$\eta$		
	1952 - ZEN	oprava	$\Delta\xi$	1952 - ZEN	oprava	$\Delta\eta_L$
5	+0,70	+0,65	+1,37			
9	+1,59	-0,29	+1,30			
13	+1,14	+0,14	+1,28			
19	+1,17	+0,14	+1,31	-1,81	-0,15	-1,96
22	+1,06	+0,20	+1,26	-1,90	-0,01	-1,91
25	+1,03	+0,30	+1,33			
59	+1,17	+0,15	+1,32	-2,06	0,00	-2,06
64	+1,59	-0,18	+1,41	-2,16	+0,03	-2,13
65	+1,49	-0,08	+1,41	-2,19	+0,03	-2,16
66	+1,33	+0,08	+1,41	-2,16	+0,00	-2,16
68	+1,39	+0,02	+1,41	-2,12	+0,04	-2,08
81	+1,29	+0,14	+1,43	-2,15	+0,01	-2,14
84	+1,29	+0,14	+1,43	-2,17	+0,01	-2,16
86	+1,30	+0,13	+1,43	-2,18	+0,02	-2,16
87	+1,42	+0,01	+1,43	-2,19	+0,01	-2,18

Srovnání s tížnicovými odchylkami, které dostal Ledersteger, nám ukazují zřejmý vliv změny elipsoidu.

Čís.	$\xi$	
	1952 - L.	$\eta_L$ 1952 - L.
19	+0,29	-1,02
22	+0,86	-1,01
36	+0,25	-0,74
64	-0,60	-0,03
77	-0,39	+0,19
88	-0,34	+0,50
90	-0,33	+0,66

Souhlas Lederstegerových hodnot s výsledky Dr Buchara je větší, než jak uvádí Dr Buchar [2]. V této publikaci je v tab. 11 na str. 93 omylem tabelována ve sloupci  $\delta\varphi$  od bodu 52 až 92 hodnota  $(\varphi' - \varphi)_1$ , tedy číselně o 0,52" menší. Tato chyba je přenesena i na str. 106 a do souhrnu na konci knihy. Průměrné odchylky Dr Buchara a Dr Lederstegera jsou  $\xi - \xi' = +0,40''$ .

Z výsledků Dr Homoródiho bylo použito ke srovnávání jen odchylek v meridiánu. Přesnost odchylek  $\eta$  je velmi malá, jak se dalo ostatně od přibližného výpočtu Dr Homoródiho očekávat.

Rozdíl  $\Delta\xi$  je téměř konstantní, střední rozdíl  $\Delta\xi_0 = -0,55''$ .

Čís.	$\xi$		
	1952 - H.	oprava	$\Delta\xi$
65	-0,49	-0,08	-0,57
66	-0,54	+0,08	-0,46
81	-0,70	+0,14	-0,56
84	-0,72	+0,14	-0,58
87	-0,58	+0,01	-0,57

Z výsledků je vidět:

1. Systém 1952 je vůči systému ZEN posunut na našem území směrem na jih o 1,37" a na východ o 3,16".

2. Systém 1952 dobře zapadá do evropské soustavy Dr Lederstegera.

3. Systém 1952 je posunut o 0,55" směrem na sever vůči poloze, kterou pro maďarskou síť odvodil Dr Homoródi.

Porovnáme-li výsledky Dr Buchara s ZEN, dostaneme v sífci přibližně stejné rozdíly, jako při srovnání systému 1952 a ZEN. Pochopitelně se zde více projeví rozdíly ze změny elipsoidu. Síť Dr Buchara je na našem území vůči ZEN posunuta o 1,06" směrem na jih. V těžišti síť posunuta vůči ZEN přibližně o 2,2" na východ.

Tížnicové odchylky v JKS (před transformací) jsou na příloze 30 ( $\xi$ ) a 31 ( $\eta$ ).

Tížnicové odchylky v systému 1952 jsou na přílohách 32 ( $\xi$ ) a 33 ( $\eta$ ).



## IX. PŘEDBĚŽNÁ MAPA GEOIDU NA ÚZEMÍ ČSR [46]

Všechna geodetická měření jsou prováděna vzhledem k hladinové ploše procházející stanovištěm pozorovatele a potom jsou redukována na určitou nulovou hladinovou plochu danou nulovým stavem některého vodočtu. Naproti tomu všechny geodetické výpočty jsou prováděny na referenční ploše, na rotačním elipsoidu.

Proto musíme všechny měřené veličiny, úhly a délky, převést z nulové hladinové plochy, kterou nazýváme geoid, na referenční plochu, na rotační elipsoid. K tomu musíme znát výšku geoidu nad elipsoidem. Úkolem této kapitoly je z astronomicko-geodetických hodnot určit mapu geoidu s takovou přesností, aby vyhovovala potřebám geodetů.

### 1. Použitá metoda k určení plochy geoidu

K určení plochy geoidu bylo užito metody, kterou nazval Helmert astronomicko-geodetickou nivelací.

Nechť jsou dány plochy elipsoidu  $E$  a geoidu  $G$ . Na ploše  $G$  nechť leží bod  $Q$ , kterým proložíme normály k oběma plochám. Tyto normály svírají úhel  $\Theta$ , při čemž rovina proložená normálami protíná plochu elipsoidu v normálovém řezu pod azimutem  $\varepsilon$ . Úhel  $\Theta$  označme jako tížnicovou odchylku v bodě  $Q$ . K ulehčení dalších výpočtů rozložíme tížnicovou odchylku  $\Theta$  ve dvě složky: ve složku  $\xi$  ve směru poledníku a ve složku  $\eta$  ve směru rovnoběžky. Zřejmě platí

$$\xi = \Theta \cdot \cos \varepsilon, \quad \eta = \Theta \cdot \sin \varepsilon, \quad \Theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \quad (\text{IX, 1})$$

Označíme-li výšku geoidu nad elipsoidem v bodě  $Q$  písmenem  $H$ , bude tížnicová odchylka v libovolném směru určena rovnicí

$$\gamma'' = -\varrho'' \cdot \frac{\partial H}{\partial s}, \quad (\text{IX, 2})$$

kde  $s$  znamená geodetickou čáru. Pro složky v poledníku a v rovnoběžce platí vztahy

$$\xi'' = -\varrho'' \cdot \frac{1}{M} \cdot \frac{\partial H}{\partial \varphi}, \quad \eta'' = -\frac{\varrho''}{N \cos \varphi} \cdot \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad (\text{IX, 3})$$

kde  $M$  a  $N$  jsou poloměry křivosti referenční plochy v poledníku a v rovnoběžce.

Kdybychom znali výšku geoidu nad elipsoidem ve všech bodech plochy, mohli bychom z nich určit podle uvedených rovnic tížnicové odchylky v libovolném bodě. Úlohu však také můžeme obrátit: známe-li průběh tížnicových odchylek na celém území, můžeme integrováním rovnic (IX, 3) určit průběh výšek geoidu nad elipsoidem podél integrační cesty, až na integrační konstantu. Je-li referenční plochou elipsoid, na kterém jsou provedeny geodetické výpočty, pak je integrační konstanta zpravidla určena tak, aby výška geoidu nad elipsoidem v referenčním bodě byla rovna nule.

Integrujeme-li podél poledníku nebo podél rovnoběžky, přejdou rovnice (IX, 3) na tvar

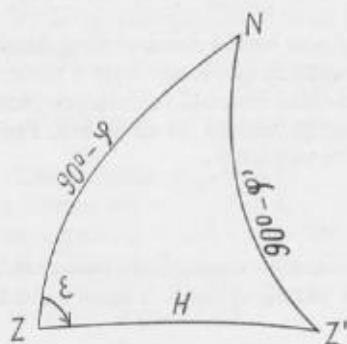
$$\Delta H_m = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \xi'' \cdot \frac{M}{\varrho''} d\varphi, \quad \Delta H_p = - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \eta'' \cdot \frac{N \cos \varphi}{\varrho''} d\lambda. \quad (\text{IX, 4})$$

Integrace rovnic (IX, 4) se provádí nejlépe graficky, při čemž přejdeme od integrálů ke konečným sumám:

$$\Delta H_M = - \sum_{i=1}^n \xi^i \cdot \frac{\Delta S_i^M}{\rho^i}, \quad \Delta H_P = - \sum_{i=1}^n \eta^i \cdot \frac{\Delta S_i^P}{\rho^i}. \quad (\text{IX, 5})$$

Délky jednotlivých segmentů  $\Delta S_i^M$  v poledníku pro šířkový rozdíl  $\Delta \varphi$  a  $\Delta S_i^P$  v rovnoběžce pro rozdíl zeměpisných délek  $\Delta \lambda$  nalezneme v zobrazovacích tabulkách pro příslušný elipsoid.

Tížnicové odchylky můžeme určit různým způsobem. V našem případě je odvodíme z geodetických souřadnic trigonometrických bodů a z astronomických měření provedených na těchto bodech.



Označme geodetické veličiny ( $\varphi, \lambda, A$ ), astronomické pak ( $\varphi', \lambda', A'$ ).

Kromě toho necht' značí:

$z$  geodetický zenit,

$z'$  astronomický zenit,

$N$  severní pól,

$\Theta$  tížnicovou odchylku,

$\varepsilon$  její geodetický azimut,

$\varepsilon'$  její astronomický azimut.

Z trojúhelníku  $ZZ'N$  odvodíme pomocí sinové věty a Neperových pravidel vztahy:

$$\text{ctg} \frac{\varphi' + \varphi}{2} = \frac{\sin \frac{A' + A}{2}}{\sin \frac{A' - A}{2}} \cdot \text{tg} \frac{\Theta}{2},$$

$$\text{tg} \frac{\varphi' - \varphi}{2} = \frac{\cos \frac{A' + A}{2}}{\cos \frac{A' - A}{2}} \cdot \text{tg} \frac{\Theta}{2}, \quad \sin(\lambda' - \lambda) = \sin \Theta \frac{\sin A}{\cos \varphi}. \quad (\text{IX, 6})$$

V těchto rovnicích rozvineme funkce malých úhlů v řady, při čemž stačí uvažovat pouze první člen. Kromě toho platí

$$(\varepsilon' - \varepsilon) \doteq (A' - A).$$

Tímto způsobem dostaneme

$$\xi = (\varphi' - \varphi), \quad \eta = (\lambda' - \lambda) \cdot \cos \varphi = (A' - A) \cdot \text{ctg} \varphi. \quad (\text{IX, 7})$$

Geodetické souřadnice jsou vždy vztaheny k referenční ploše, jsou proto vždy hodnotami relativními. Proto také takto odvozená plocha geoidu bude relativní.

## 2. Geodetické a astronomické výchozí hodnoty

Při výpočtu plochy geoidu bylo použito přetransformovaných souřadnic trigonometrických bodů a dále astronomických hodnot, jež shromáždil a jednotně zpracoval prof. Buchar [2].

Střední chyba geodetických souřadnic je

$$m = \pm 0,02'' ,$$

$$m = \pm 0,03'' .$$

Přesnost astronomických hodnot je asi [2]

$$m_{\varphi} = \pm 0,3'' , \quad m_{\lambda} = \pm 0,3'' , \quad m_A = \pm 1,0'' .$$

Tížnicové odchylky v systému 1952 byly odvozeny podle rovnic (IX, 7) z astronomických a z geodetických hodnot.

Abychom mohli určit tížnicové odchylky v libovolném bodě s dostatečnou přesností, museli bychom mít k dispozici tak hustou síť astronomických bodů, aby byly v rovinném terénu od sebe vzdáleny asi 10 km, v horách 3 až 5 km. Náš materiál zdaleka nevyhovuje těmto požadavkům, neboť body jsou od sebe vzdáleny průměrně 30 až 50 km. Průběh tížnicových odchylek můžeme tedy považovat pouze za přibližný.

## 3. Výpočet údajů pro mapu geoidu

Z tížnicových odchylek byla odvozena mapa geoidu. Přes území ČSR bylo položeno 11 profilů ve směru sever–jih a 7 profilů ve směru západ–východ. Tímto způsobem vzniklo celkem 25 sférických lichoběžníků o stranách

$$\Delta\varphi = 30' ,$$

$$\Delta\lambda = 45' .$$

Podél profilů sever–jih byl vynesena graficky průběh tížnicové odchylky  $\xi$ , podél profilů západ–východ tížnicová odchylka  $\eta$ .

Strany jednotlivých lichoběžníků byly rozděleny na 10 dílků a pro střed každého dílku byla odečtena hodnota  $\xi$  resp.  $\eta$ . Výškové rozdíly mezi jednotlivými uzlovými body byly vypočteny pomocí rovnic (IX, 5). Přitom integrační cesta probíhá od jihu na sever, v rovnoběžce ze západu na východ.

Takto určené výškové rozdíly byly vyrovnány methodou nejmenších čtverců tak, aby součet výškových rozdílů v každém lichoběžníku byl roven nule. Přitom byl vzat ohled na váhy jednotlivých výškových rozdílů. Váha výškového rozdílu byla určena z počtu astronomických bodů podél profilu, ze způsobu, jakým bylo na astronomickém bodě měřeno, a konečně z rozmístění bodů podél profilu. Při nepříznivém rozmístění bodů podél profilu byla váha snížena na polovinu. Protože se střední chyby astronomicky určených délek a šířek pohybují okolo  $\pm 0,3''$  a azimutu okolo  $\pm 1,0''$ , budou váhy jednotlivých astronomických měření v poměru

$$P_{\varphi'} : P_{\lambda'} : P_A = \frac{1}{m_{\varphi'}^2} : \frac{1}{m_{\lambda'}^2} : \frac{1}{m_A^2} = 1 : 1 : 0,1 .$$

Systém 26 rovnic normálních byl rozdělen na tři skupiny a vyřešen. Prvých 23 rovnic bylo řešeno současně, rovnice 24 samostatně a rovnice 25 a 26 zase společně.

Střední chyba v jednotce váhy je  $\pm 0,30$  m. Střední chyby jednotlivých výškových rozdílů jsou vyneseny na příloze 37. Jeden z uzlových bodů byl zvolen za základní s výškou  $H_0 = 0$  m. Výšky ostatních uzlových bodů byly vztaženy na základní uzlový bod. Těmito body byly nyní proloženy profily geoidu takovým způsobem, aby výškový průběh geoidu odpovídal integračním křivkám, které byly sestaveny k profilovým křivkám tížnicových odchylek. Takto určené výšky geoidu představují relativní hodnoty. Přepočtení do systému 1952 bude provedeno, jakmile budeme znát výšku alespoň jednoho bodu v tomto systému.

#### 4. Srovnání našeho geoidu s geoidy jiných autorů

Srovnání s prací E. Buchara ukazuje, že ráz obou ploch je v malých částech stejný. Přezkoušejme nyní souhlas obou ploch na větší vzdálenosti.

Výškový rozdíl bodů  $A$  ( $\varphi = 49^\circ 30'$ ,  $\lambda = 12^\circ 45'$ ),  $B$  ( $\varphi = 48^\circ 30'$ ,  $\lambda = 20^\circ 15'$ ) je u Buchara

$$(H_B - H_A)_B = +1,14 \text{ m ,}$$

na naší mapě

$$(H_B - H_A)_K = +4,90 \text{ m .}$$

Chceme-li srovnávat tyto rozdíly, musíme zavést nejprve opravu na stočení sítě a na změnu elipsoidu. Náš systém je vůči systému E. Buchara stočen o hodnotu  $2,26''$  a posunut na jih o  $0,22''$ . Převýšení podél spojnice vzroste proto o  $5,9$  m.

K určení druhé opravy použijeme přibližného vzorce Moloděnského [48]:

$$h = x_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos\Delta\lambda + y_0 \cdot \cos\varphi \cdot \sin\Delta\lambda + z_0 \cdot \sin\varphi + (\Delta a - \Delta b) \cdot$$

$$\cdot \left( \cos^2\varphi + \frac{\alpha}{4} \cdot \sin^2 2\varphi \right) + \Delta b \text{ ,}$$

kde  $C(x_0, y_0, z_0)$  je střed nového elipsoidu. V bodě  $P$  ( $\varphi = 48^\circ$ ,  $\lambda = 17,7^\circ$ ) jsou geodetické souřadnice na obou elipsoidech stejné. Odtud druhá korekce bude  $+2,9$  m. Opravený rozdíl je

$$H = 4,9 - 5,9 + 2,9 = +1,9 \text{ m}$$

v dobrém souhlase s výsledkem E. Buchara. E. Buchar udává střední chybu pro tuto vzdálenost  $\pm 1,2$  m, zatím co u nás vychází střední chyba  $\pm 1,7$  m.

H. Wolf uvažuje geoid jenom schematicky. Výškový rozdíl bodů  $A$  a  $B$  je na jeho mapě  $1,5$  m. Systematický rozdíl v zeměpisných šířkách mezi systémem 1952 a systémem ZEN je  $-1,4''$ , v zeměpisných délkách pak  $+2,1''$ .

K vypočtení korekce zaviněné jinou polohou sítě na elipsoidu použijeme opět rovnice Moloděnského. Zeměpisné délky budeme počítat od středního poledníku

$$\lambda_0 = \frac{1}{2} (\lambda_A + \lambda_B) \text{ .}$$

Oprava bude určena vztahem

$$h = -(\cos\varphi_A + \cos\varphi_B) \cdot \sin \frac{\Delta\lambda}{2} \cdot N_0 \cdot \frac{\Delta\eta''}{q''} = -5,5 \text{ m .}$$

Protože systematické odchylky v souřadnicích platí pro těžiště sítě, a protože zeměpisné šířky bodů  $A$  a  $B$  jsou zhruba stejné, nemusíme druhou opravu vůbec brát v úvahu.

Opravené převýšení tedy bude

$$H = 4,9 - 5,5 = -0,6 \text{ m} .$$

Střední chyba převýšení u H. Wolfa je asi  $\pm 2 \text{ m}$ .

Geoid L. Homorodiho se překrývá s naším geoidem jen na malém území. Protože přesnost hodnot  $\eta''$  u L. Homorodiho je malá, jsou rozdíly ve výškách dosti značné. Přesto je ráz obou ploch týž.

## 5. Požadovaná přesnost mapy geoidu pro potřeby geodetů

Jak již bylo řečeno, pro přesné geodetické výpočty musíme znát výšku geoidu nad elipsoidem.

Označíme-li  $R$  poloměr křivosti referenční plochy,  $\Delta h$  chybu ve výšce geoidu nad elipsoidem,  $s$  délku redukované základny na referenční plochu a  $\Delta s$  chybu v  $s$ , zaviněnou chybou  $\Delta h$ , potom po zanedbání členů vyšších řádů dostáváme

$$\frac{\Delta h}{R} = \frac{\Delta s}{s} .$$

Požadujeme-li, aby se přechodem s geoidu na referenční plochu neznehodnotila délková měření, pak musí být zachována relativní přesnost alespoň 1 : 2 000 000. Z toho plyne, že musíme znát výšku geoidu nad referenčním elipsoidem s přesností  $\pm 3$  metry.

Úhly se redukuje na referenční plochu podle vzorce [39]

$$e'' = e'' \frac{H}{2N} e^2 \cos^2 \varphi \sin 2A .$$

Pro  $\varphi = 50^\circ$  dostáváme

$$e'' = 0,000063'' \cdot \sin 2A \cdot H .$$

Z toho plyne, že pro redukci úhlů nám stačí znát výšku geoidu s přesností  $\pm 20$  metrů.

## 6. Přesnost mapy geoidu

### a) Přesnost geodetických souřadnic

Předběžné geodetické souřadnice, kterých bylo použito pro výpočet tížnicových odchylek, byly určeny se střední chybou

$$m_y = \pm 0,02'' ,$$

$$m_x = \pm 0,03'' .$$

Předpokládáme, že se předběžné souřadnice liší od definitivních o pětkrát větší systematickou chybu. Jaký vliv má nyní tato nepřesnost na velikost chyby ve výšce geoidu.

Československá republika je ve směru sever-jih 300 km široká. Ve směru rovnoběžky je geoid vypočten pouze pro území 600 km dlouhé.

Ze vztahu

$$\Delta H_{\varphi} = \pm \int \frac{\Delta \varphi''}{\varrho''} ds$$

dostáváme pro  $s = 300$  km,  $\Delta \varphi = 0,1''$ ,  $\Delta H = \pm 15$  cm. Stejným způsobem určíme

$$\Delta H_{\lambda} = \pm \int \frac{\Delta \lambda'' \cdot \cos \varphi}{\varrho''} ds = \pm 30 \text{ cm,}$$

pro  $s = 600$  km,  $\Delta \lambda'' = 0,15''$ ,  $\varphi = 49^\circ$ .

Podle E. Buchara je přesnost astronomicky určených délek a šířek asi  $\pm 0,3''$ , při čemž jde o chyby nahodilé. Průměrná vzdálenost bodů je asi 35 km.

Ve směru sever-jih je Československá republika široká 300 km.

Chyba ve výšce geoidu je proto dána vztahem

$$\Delta H_{\varphi'} = \pm \frac{0,3'' \cdot 35000}{\varrho''} \sqrt{\frac{300}{35}} = \pm 0,16 \text{ m .}$$

Ve směru západ-východ je geoid vypočten na území 600 km dlouhém. Tedy

$$\Delta H_{\lambda'} = \pm \frac{0,3'' \times 350000}{\varrho''} \sqrt{\frac{600}{35}} \cdot \cos \varphi = \pm 0,14 \text{ m .}$$

Nesmíme však zapomenout, že při interpolaci tížnicových odchylek nebyl přesně určen průběh odchylek podél určeného profilu. Uvážíme-li, že podél každého profilu je interpolací způsobena chyba, která bude pětkrát větší než střední chyba měření, obdržíme ve směru sever-jih pro  $s = 300$  km,  $\Delta \varphi = \pm 1,5''$

$$\Delta H_{\varphi}^i = \pm 2,20 \text{ m ,}$$

ve směru východ-západ pro  $s = 600$  km,  $\Delta \lambda'' = \pm 1,5''$

$$\Delta H_{\lambda'}^i = \pm 2,85 \text{ m .}$$

## Závěr

Účelem této kapitoly bylo určit předběžnou mapu geoidu v systému 1952 s takovou přesností, aby vyhovovala potřebám geodetické praxe. Přejít od předběžných souřadnic k souřadnicím definitivním nebude mít vliv na tvar plochy. Největší nepřesnost je zaviněna chybami v astronomických měřeních. Ale přesto se dá očekávat, že přesnost vypočtené plochy zůstane v mezích  $\pm 3$  m.

## X. VZTAH TVARU GEOIDU K HORSTVU A GEOLOGICKÉ STRUKTUŘE A GEOLOGICKÉ STRUKTUŘE ČSR

Z pohoří se na mapě geoidu nejvýrazněji projevuje masiv Tater a Českomoravská vysočina. Méně výrazně vystupuje Šumava. Zajímavé je, že tak velké masivy, jako jsou Krkonoše a Jeseníky, nemají vůbec vliv na vzdušný geoidu, právě naopak je v těchto místech prudký pokles.

V Čechách probíhá plocha geoidu poměrně klidně, jak to i odpovídá geologickým poměrům země. Změna průběhu vrstevnic ve středních Čechách může být zaviněna rozhraním mezi oblastí krystalických břidlic na jihu Čech a Barrandienem ve středu.

Na Moravě od Českomoravské vysočiny plocha geoidu mírně klesá. Nejnižšího místa dosahuje na jihovýchodní Moravě, přibližně v místech styku českého a karpatského masivu. Neklidný průběh složek tížnicové odchylky v této části dobře odpovídá roztržitému geologickému podkladu.

Na Slovensku již opět převládá masiv Nízkých Tater a Slovenského Krušnohoří.

Na mapě tížnicových odchylek se v severních Čechách pěkně objevuje anomálie v místech křídové tabule. V severozápadních Čechách může být zhuštění tížnicových isočar zaviněno krušnohorským zlomem. V jižních Čechách se projevuje blanická brázda. Na Moravě boskovická brázda. Tyto anomálie jsou na mapě geoidu méně nápadné.

Vcelku možno říci, že mapa geoidu a tížnicových odchylek dobře vystihují geologický podklad republiky.

## XI. VLIV NESPRÁVNÉ ORIENTACE SÍTĚ NA JEJÍ PROHNUTÍ

Z přílohy 25 a 27 je vidět, že se JKS transformací prohnula; východní konec sítě se odchýlil směrem na sever.

Zajímavé je, že ke stejnému výsledku došel Dr Kneissl [21] při srovnávání sítě DRG (Deutsches Reichsdreiecknetz) a ZEN (Zentraleuropäisches Netz). Podle Dr Kneissla je původní německá síť DRG proti ZEN prohnuta asi o  $1,48''$  podél řetězce Stolp-Wroclaw-Vídeň. Tento řetězec probíhá na území ČSR přes body Kralický Sněžník-Biskupská kupa na severu na body Čupí-Zobor na jihu republiky. Tedy téměř ve stejných místech, kde i u nás byl zjištěn zlom.

### 1. Vliv nesprávné orientace sítě na tvar sítě

Zkusme zjistit, zda stočení sítě nemůže být zaviněno ne zcela přesným způsobem vyrovnání sítě.

Naměřené veličiny použité pro vyrovnání JKS byly vzaty tak, jako kdyby byly měřeny přímo na elipsoidu. Nebyly tedy redukovány s geoidu na elipsoid.

K vyrovnání sítě dále nebylo použito astronomických měření, ani nebyl brán ohled na měřené základny.

Protože však je síť stočena na elipsoidu vůči světovým stranám o  $+9,58''$ , bude systematická tížnicová odchylka v rovnoběžce asi  $-8,3''$ . Protože jde o chybu systematickou, nelze ji zanedbat.

Pro změnu azimutu, zaviněnou tížnicovými odchylkami, platí

$$\Delta\alpha = \operatorname{tgh}(\xi \cdot \sin\alpha - \eta \cdot \cos\alpha) . \quad (\text{XI}, 1)$$

Zavedme si místo  $\operatorname{tgh}$  poměr  $\frac{\Delta h}{s}$  v kilometrech, kde  $\Delta h$  je rozdíl (cíl–stanoviště) a  $s$  délka visury.

Dále vezmeme ohled na zakřivení země a na refrakci. Dostaneme

$$\Delta\alpha = \left( \frac{\Delta h}{s} - 0,068 \cdot 10^{-3} \cdot s \right) \cdot (\xi \cdot \sin\alpha - \eta \cdot \cos\alpha) . \quad (\text{XI}, 2)$$

Průměrné systematické odchylky budou [2]

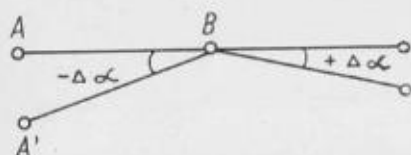
$$\xi = -0,5'' ,$$

$$\eta = -8,3'' .$$

Osa státu probíhá přibližně pod azimutem  $105^\circ$ .

Předpokládejme dále, že všechny rozdíly (cíl–stanoviště) jsou rovny nule, čili že bylo měřeno na hladinové ploše.

Rozdělme si osu státu na úseky dlouhé 30 km, což je asi průměrná délka trigonometrické strany 1. řádu. Měříme-li s bodu  $B$  na bod  $A$ , dostaneme azimut rozdílný



o  $-\Delta\alpha$ , měříme-li na bod  $C$ , bude chyba v azimutu  $+\Delta\alpha$ .

Celkem se původně přímý úhel  $ABC$  změnil na úhel  $A'B'C'$ , který je větší o hodnotu  $2\Delta\alpha = 0,0108''$ .

Osa státu je dlouhá přibližně 840 km, na tu délku vzroste odchylka celkem 27krát. Osa státu bude tedy na východním konci odchýlena o hodnotu

$$\Delta A_0 = 0,292'' ,$$

přepočteno na vzdálenost, dostáváme posuv 0,60 m na jih.

Stejným způsobem by bylo možno určit prohnutí sítě ve směru sever–jih. Na vzdálenost 300 km pro azimut  $A = 0^\circ$  dostáváme prohnutí  $0,059''$ , čili severní konec poledníku se odchýlí asi o 4 cm na východ.

## 2. Vliv nesprávné orientace sítě na měřítko sítě

Hodnota průměrné tížnicové odchylky v azimutu  $105^\circ$ , zaviněné stočením sítě o úhel  $+9,58''$ , bude asi  $-8''$ .

Předpokládejme, že geoid na západním konci státu se dotýká plochy elipsoidu. Východní konec trigonometrické sítě musí potom být od elipsoidu vzdálen o hodnotu

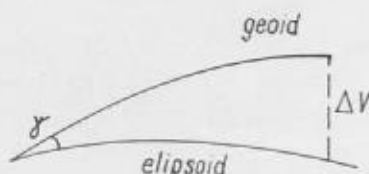
$$\Delta V = - \int \frac{\gamma''}{g''} ds = +32,60 \text{ metru.}$$



Z toho nutně plyne, že východní konec sítě musí být zobrazen v jiném měřítku než západní konec sítě.

Vliv převýšení geoidu nad elipsoidem na délkové skreslení je dán vztahem

$$\Delta m = - \int \frac{\gamma''}{\sigma'' R} ds .$$



Část sítě na východním konci státu by potřebovala zvětšit o  $+5,1$  mm/km. Měřítka sítě se zřejmě mění plynule od  $1,0000000$  až do  $0,9999949$ , jestliže vezmeme za základ západní konec sítě.

K ověření tohoto výsledku použijeme práce Ing. Dr. Brože, o níž bylo mluveno v odst. II 4/c. Ing. Dr. Brož při pokusných transformacích základní sítě do JKS zjistil, že v Čechách pro těžiště české sítě

$$x_T = 1085,1 \text{ km} ,$$

$$y_T = 725,8 \text{ km} ,$$

je nutno JKS zvětšit o hodnotu  $5,51$  mm/km, aby vyhovovala poděbradské základně, a pro moravskou síť, těžiště

$$x_T = 1133,0 \text{ km} ,$$

$$y_T = 554,2 \text{ km} ,$$

je nutno JKS zvětšit o hodnotu  $6,59$  mm/km, aby vyhovovala kroměřížské základně. Změna měřítka od těžiště české sítě k těžišti moravské sítě je  $+1,08$  mm/km.

Vzdálenost obou těžišť je  $178,2$  km, průměrná tížnicová odchylka ze stočení bude asi  $-8,3''$ .

Převýšení potom bude  $+6,89$  metru a změna měřítka  $+1,08$  mm/km, což je výsledek skutečně překvapující.

### 3. Srovnání se stočením a změnou měřítka, zjištěnými v systému 1952

Jak stočení, tak změna měřítka má průběh odpovídající hořejším úvahám. Velikost změny je však jak u stočení, tak u měřítka větší, než bylo vypočteno. Zřejmě se zde ještě uplatňují jiné vlivy (různý měřický podklad, jiný způsob vyrovnání) a možná i vliv použité kubické transformace.

## XII. POUŽITELNOST VÝSLEDKŮ PŘEDBĚŽNÉ TRANSFORMACE PRO BUDOUCNOST

Všechny výpočty byly provedeny tak, aby se jejich výsledků dalo použít i při definitivním vyrovnání.

Při definitivním vyrovnání lze očekávat posun sítě na elipsoidu vůči předběžným výsledkům velikosti asi 2 metry. Tento posun však bude na celém území téměř konstantní a bude se plynule měnit. Stačí tedy vynést rozdíl v souřadnicích graficky a připočítat jej k výsledkům předběžné transformace. Přesnost takto transformovaných bodů bude prakticky dána přesností předběžné transformace. Byla-li tedy předběžná transformace vykonána numericky pomocí transformačních tabulek podle rovnic (IV, 1), bude přesnost výsledku  $\pm 1$  cm.

Transformační tabulky, o nichž je řeč v kapitole V, dají se snadno přepočítat přidáním addiční konstanty na tabulky definitivní.

## XIII. SOUHRN

Úkolem bylo převést JKS na elipsoid Krasovského a napojit ji na sovětskou trigonometrickou síť systému 1942.

Pro převod na elipsoid Krasovského nejlépe vyhovoval návrh Ing. Křováka. Tento návrh dostal k posouzení prof. Böhm, který také navrhl výpočetní postup. Protože mezi výsledky prof. Böhma a Ing. Křováka byly dosti značné rozdíly, zvolil jsem jiný, kratší způsob. Jde opět o aplikaci Křovákovu návrhu. Rovinné souřadnice se však neztvůňují a opravy zeměpisných souřadnic se počítají přímo.

K navázání JKS do sovětské soustavy byly k dispozici souřadnice 39 bodů v sovětském systému. Body byly dány jednak v zeměpisných souřadnicích na  $0,01''$  a v rovinných Gauss-Krügerových souřadnicích na 0,1 metru. Za základ byly vzaty souřadnice zeměpisné.

Protože nebylo nic známo o vlastnostech 39 bodů, bylo nutno provést výzkum homogenity tohoto systému.

Dané body jsou seskupeny ve dva řetězce. Body v českém řetězci jsou určeny s přesností  $\pm 40$  cm, body ve slovenském řetězci s přesností  $\pm 80$  cm. Oba řetězce jsou kromě toho vůči sobě posunuty a potočeny. Protože bylo zjištěno, že JKS je mnohem přesnější než síť daných bodů, nebyly souřadnice těchto bodů považovány za pevné, ale JKS na ně byla ztransformována kubickou konformní transformací s podmínkou, aby součet čtverců vzdáleností ztransformovaných bodů JKS od bodů daných byl minimální. Transformace byla provedena v rovině Křovákovu kuželového zobrazení stejně definovaného na obou elipsoidech.

Jako příprava pro hromadnou transformaci byly převedeny rohy čtverců základních triangulačních listů ( $50 \times 50$  km) na zeměpisné souřadnice na elipsoid Krasovského a pomocí zobrazovacích tabulek Ing. Křováka do Gauss-Krügerova zobrazení. Výsledky byly zhuštěny na krok  $10 \times 10$  km a sestaveny do tabulek s prvými a druhými diferencemi. Těch tabulek se dá přímo použít k transformaci bodů z JKS do systému 1952 v Gauss-Krügerově zobrazení. Transformace bodu trvá asi 5 až 7 minut.

Pro body, které jsou určeny v Gauss-Krügerově zobrazení na Besselově elipsoidu, byl sestaven transformační graf obsahující opravy  $dx$ ,  $dy$ , které je nutno připočítat, aby-

chom dostali souřadnice na elipsoidu Krasovského. Přesnost tohoto způsobu je větší než  $\pm 8$  cm. Pro méně přesně určené body je možno použít numerického způsobu s vynecháním členů s druhými diferencemi. Přesnost je pak vyšší než  $\pm 10$  cm, po případě  $\pm 50$  cm.

Dále bylo zjišťováno, jak dalece byla síť transformací deformována. Délkové skreslení při převodu sítě s elipsoidu na elipsoid je v mezích od  $-3$  do  $+7$  mm/km. S ohledem na výsledky v odstavci XI. 2 je vlastně tato změna jen od  $-3$  do  $+2$  mm/km, protože se transformací kompenzuje skreslení vzniklé stočením sítě na elipsoidu. Změna zeměpisných souřadnic se pohybuje pro šířku od  $0^\circ$  do  $-1,8''$ . Pro zeměpisnou délku od  $-1,6''$  do  $-3,4''$ . Změna azimutu probíhá od  $-5,8''$  do  $-9,4''$ .

Přes celé území ČSR byla položena síť velkých trojúhelníků průměrnou délkou stran  $s_0 = 360$  km. Byly vypočteny délky stran a všechny úhly řešením na obou elipsoidech. Relativní rozdíly ve stranách jsou od 1:142000 do 1:3870000.

Bylo zjišťováno Lederstegerovou metodou správné umístění sítě na elipsoidu. JKS by po transformaci do systému 1952 potřebovala posunout o

$$dB = +0,28'' ,$$

$$dL = -1,21'' ,$$

a pootočít o

$$dA = -2,48'' .$$

Bod Brdo má v systému 1952 souřadnice

$$B = 49^\circ 10' 17'' 3202 ,$$

$$L = 17^\circ 18' 39'' 1196 ,$$

$$A_1 = 52^\circ 19' 46'' 179 , \text{ směr Javorník Kelčský}$$

$$A_2 = 353^\circ 03' 07'' 676 . \quad \text{Přední Příčka.}$$

Tížnicové odchylky v tomto bodě jsou

$$\xi = -2,59'' ,$$

$$\eta = +0,14'' .$$

Systém tížnicových odchylek 1952 byl srovnáván s jinými systémy. Z nich nejpřesnější pravděpodobně bude ZEN (Zentraleuropäisches Netz), který odvodil Dr Wolf. Systém 1952 je vůči ZEN posunut na jih o  $1,37''$  a na východ o  $3,16''$ . Rozdíly v tížnicových odchylkách po redukci na společná astronomická měření jsou téměř konstantní:

$$\Delta\xi = +1,37'' ,$$

$$\Delta\eta = -2,10'' .$$

Systém 1952 dobře zapadá do Lederstegerovy evropské soustavy. Zde se však již značně projevuje vliv změny elipsoidu.

Proti poloze maďarské sítě, kterou odvodil na Hayfordově elipsoidu Lederstegerovou metodou Dr Homoródi, je systém 1952 posunut o  $0,55''$  směrem na sever. Tížnicové odchylky v rovnoběžce nebyly s Dr Homoródim srovnávány pro malou přesnost jeho výpočtů.

Z průběhu tížnicových odchylek byla určena plocha geoidu. Na území republiky bylo položeno 10 profilů ve směru sever-jih a sedm profilů ve směru východ-západ. Vzdálenost profilů je přibližně stejná – asi 55 km.

Profilů vytvořily celkem 26 lichoběžníků, výškové rozdíly jejich stran byly vyrovnány stejným způsobem, jaký je obvyklý u nivelačních sítí. Střední chyba v jednotce váhy vyšla  $\pm 0,30$  cm. Výsledná mapa geoidu byla porovnáována s mapami jiných autorů a byl zjištěn dobrý souhlas.

Dále byl zkoumán vliv nesprávné orientace trigonometrické sítě na změnu měřítka a na deformaci sítě. Bylo zjištěno, že vliv na délkové skreslení je značný a potvrzen výpočtem Ing. Dr. Brože.

Závěrem lze říci, že se síť transformací nedefinovala. Síť zůstává po transformaci stejně přesná, jako byla před ní, protože deformace jsou mnohem menší než střední chyby veličin, z nichž byla síť vyrovnána. Mapy geoidu se dá použít k redukování naměřených délek a úhlů pro konečné přesné vyrovnání sítí v rámci lidově demokratických států.

Pro konečný přesný převod JKS do systému 1952 je možno použít také tabulek pro převod  $(x, y) \rightarrow (X, Y)$ . Dá se totiž předpokládat, že posun našeho předběžného systému 1952 vůči definitivnímu systému 1952 bude malý a pro velká území konstantní. Stačí tedy v našich tabulkách zvětšit či zmenšit hodnoty  $x_0$  a  $y_0$ , o tyto opravy a vypočíst znova diference. Vzhledem k vysoké přesnosti tabulek ( $\pm 2$  mm) je tento postup vhodný i pro civilní potřebu.



#### XIV. Použité prameny a literatura

K dosud vykonané práci bylo použito všech pramenů týkajících se tohoto tematu, pokud mi byly přístupny.

Zásadní problémy byly řešeny na pracovních poradách za účasti gen. Ing. Dr. J. Klímy a v první části úkolu též mjr. Ing. J. Lelka.

Dále se na práci podíleli:

Doc. Ing. Dr. J. Kašpar, který nám radil při srovnávání sítí a který navrhl nové transformační metody. Bližší v odst. III/1.

Ing. Dr. F. Brož nám poskytl některé údaje o základní trigonometrické síti. Další údaje týkající se jednotné katastrální sítě nám poskytli Ing. V. Forman a Ing. Lieberzeit.

Kontrolní výpočet oprav  $dBI$  a  $dLI$  vypočetl kolektiv počítačů SZKÚ pod vedením Ing. Morávka.

Všechny hlavní výpočty provedl kolektiv OMK pod vedením kpt. Vahaly.

Použitá literatura:

1. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Návrh transformace čs. jednotné sítě (v rukopise).
2. Prof. Dr. E. Buchar: Tížnicové odchylky a geoid v ČSR.
3. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Definitivní návrh transformace (v rukopise).
4. Prof. Ing. Dr. F. Fiala: Transformace s jednoho elipsoidu na jiný (v rukopise).
5. Prof. Ing. Dr. F. Fiala: Vyšší geodesie II, str. 202 a další.
6. Prof. F. N. Krasovskij: Überlegungen über die Bestimmung eines für die geodätischen Arbeiten in der UdSSR geeigneten Elipsoids, Verhandlungen der baltischen geodätischen Kommission 1935.
7. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Úvod k transformaci jednotné sítě trigonometrické (v rukopise).
8. Plk. Dr. L. Beneš: Změna rovinných pravoúhlých souřadnic v projekci Gaussové přechodem s elipsoidu Besselova na elipsoid Krasovského (v rukopise). – Dodatek k této zprávě (v rukopise).
9. Ing. Jos. Křovák: Jak stanovíme rozdíly zeměpisných souřadnic na různých elipsoidech  $E_B$  a  $E_K$ , jsou-li dány stejné zeměpisné referenční body na obou elipsoidech? (v rukopise).
10. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Matematická kartografie II.
11. Ing. Křovák: Instrukce A, tabulky, zobrazovací tabulky R – Š.
12. F. N. Krasovskij: Rukovodstvo po vyšší geodézii, Moskva 1942.
13. Ergebnisse der Triangulierungen des K. u. K. Militärgeographischen Institutes, I. a II. díl, Vídeň 1902.
14. Wolf-Berthold: Beiträge zur Lotabweichungsausgleichung und Geoidbestimmung, I-II, Veröffentlichungen des Instituts für Erdmessung im Bamberg, Band 6.
15. Grossmann: Zeitschrift für Vermessungswesen, 1935.
16. Fischer: Mitteilungen des Chefs des Kriegs-, Kartens- und Vermessungswesens, 1943/2.
17. Ing. Jos. Křovák: Tabulky pro převod pravoúhlých souřadnic  $(x, y)$  na zeměpisné  $(\varphi, \lambda)$ , majetek SZKÚ.
18. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Posudek k předběžné zprávě Ing. M. Picka o transformaci JKŠ do systému 1952, v rukopise.
19. Karl Ledersteger: Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems..., Sonderheft 3 des Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen, Vídeň 1948.
20. Dr. Lajos Homoródi: Vizsgálatok új háromszögelési hálózatunk elhelyezésére és tájékozására, Földmérési közlemények 1952, 1-2 szám, 4. évfolyam.
21. Dr. Kneissl: Vorläufiger Vergleich des transformierten Reichsdreiecknetzes mit dem Zentral-europäischen Netz, Bamberg 1952.
22. Ing. Jos. Křovák: Tabulky pro výpočet Gauss-Krügerových souřadnic, v rukopise.
23. Larin-Izotov: Tablitsy dlja vyčislenija koordinat Gaussa-Krjugera, Moskva 1947.
24. K. Hubeny: Koordinatenumformung durch Interpolation, Mitteilungen des Chefs des Kriegs-, Karten- und Vermessungswesens, 1943.
25. Brechpunktstabellen für Gauss-Krügerische Koordinaten, Oberkommando der Kriegsmarine 1943 (autor Dr. K. Hubeny).
26. A. M. Virovec: Tablitsy Koordinat Gaussa-Krjugera, Moskva 1947.
27. F. N. Krasovskij-A. A. Izotov: Tablitsy dlja logarifmičeskogo vyčislenija koordinat Gaussa-Krjugera, Moskva 1946.
28. V. L. Kagan: K voprosu o perechodě ot elipsoida Besselja k elipsoidu Krasovskogo, Sbornik statěj, Moskva 1952.

29. A. A. Timofějev: Pechod ot pulkovskoj sistěmy koordinat 1932 goda k jedinoj sistěme koordinat v kartografičeskom proizvodstve, Sbornik statěj, Moskva 1952.
30. V. K. Hristov: Tablici za geodězičeski izčislenija s mašina po elipsoida na F. N. Krasovski, Sofia 1950.
31. V. K. Hristov: Tablici za osnovnite geodězičeski veličini za elipsoida na F. N. Krasovski, Sofia 1950.
32. V. K. Hristov: Gauss-Krjogerovite koordinati verchu rotacionnija elipsoid, Sofia 1946.
33. G. Daněk: Mineralogie a geologie pro vyšši třídy škol středních, Praha 1947.
34. Ing. Jos. Křovák: Československá základní síť trigonometrických bodů, její geodetické základy a zobrazení, Zeměměřičský věstník 1928.
35. Ing. Jos. Křovák: Volba směru, rozměru a polohy nové základní trigonometrické sítě Československé republiky na Besselově zemském elipsoidu, Zprávy veřejné služby technické 1927.
36. Dr. A. Semerád: Nynější stav geodetických základů triangulačních v Československé republice, Zprávy veřejné služby technické 1928.
37. Prof. Ing. Dr. F. Fiala: Kartografické zobrazení, Praha 1952.
38. Th. Albrecht: Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, Lipsko 1908.
39. Prof. Ing. Dr. J. Ryšavý: Geodesie vyšši, Praha 1947.
40. Jordan-Eggert: Handbuch der Vermessungskunde, Stuttgart 1941.
41. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Geometrická podstata zavedení elipsoidu Krasovského v mapování a v triangulaci ČSR, Zeměměřičství 3/41, 1953, čís. 4, str. 53.
42. Prof. Ing. Dr. Jos. Böhm: Matematická kartografie, I. díl, Brno 1950.
43. W. K. Hristov: Allgemeine Formeln für die Richtungs- und Entfernungsreduktion für eine beliebige Fläche und eine beliebige konforme Abbildung, Zeitschrift für Vermessungswesen, LXVII, 1938, str. 457.
44. W. K. Hristov: Berechnung der Koordinatendifferenzen und der Ordinatenkonvergenz aus der Länge und dem Richtungswinkel einer geodätischen Strecke für eine beliebige Fläche und ein beliebiges isothermes Koordinatensystem, Zeitschrift für Vermessungswesen, LXVI, 1937, str. 171.
45. M. Pick: Převod souřadnic mezi konformními soustavami a jeho použití pro Gauss-Krügerovo zobrazení, Geodetický a kartografický sborník 1955.
46. M. Pick: Vorläufige Karte des Geoids auf dem Gebiet der tschechoslowakischen Republik, Geofysikální sborník 1954, Nr. 15, str. 93.
47. M. Pick: Předběžná zpráva o transformaci čs. trigonometrické sítě do sovětského systému 1942, 1952 (v rukopise).
48. M. S. Moloděnskij: Osnovnyje voprosy, svjazannyje s vypolněniem astronomo-gravimetričeskogo nivelirovanija na bolšoj těrritorii, Sbornik naučno-těchničeskich statěj, Vypusk 4, Moskva 1944.
49. Prof. Ing. Dr. Fiala: Konformní zobrazení elipsoidu na elipsoid s jinými konstantami, Zeměměřičský sborník 1953.
50. E. Jung: Vorschlag eines geschlossenen globalen Ellipsoidüberganges, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1952/8.

## XV. Seznam příloh a obrázků

1. Vztah mezi Gaussovou koulí pro starý a nový elipsoid.
2. Převod souřadnicových rozdílů na rozdílly obloukové.
3. Přehled daných bodů.
4. Lineární konformní transformace všech daných bodů.
5. Lineární konformní transformace, každý řetěz zvlášť.
6. Lineární konformní transformace, Čechy a sz. Morava.
7. Lineární konformní transformace, 6 skupin.
8. Lineární konformní transformace základní sítě do JKS.
9. Průběh řetězců ZEN na území ČSR.
10. Kubická konformní transformace.
11. Opravy ze změny elipsoidu  $dB^1$ .
12. Opravy ze změny elipsoidu  $dL^1$ .
13. Opravy po transformaci do systému 1952,  $dB$ .
14. Opravy po transformaci do systému 1952,  $dL$ .
15. Opravy ze změny elipsoidu  $dB^1$ ,  $dL^1$  (graf).
16. Opravy ze změny elipsoidu a z kubické transformace do systému 1952 (graf).
17. Opravy podle prof. Dr. Buchara.
18. Postup zhušťování interpolačních tabulek.
19. Ukázka interpolace s šablonou.
20. Ukázka tabulek pro numerickou transformaci.
21. Ukázka formuláře pro transformaci souřadnic.
22. Interpolační šablona.
23. Ukázka transformačního grafu
24. Délkové skreslení.
25. Stočení v rovině kuželového zobrazení.
26. Změny azimutů.
27. Rozdíly  $\delta x$  a  $\delta y$ .
28. Přehled geodetických křivek.
29. Deformace JKS, vzniklá transformací.
30. Tížnicové odchylky v meridiánu, JKS.
31. Tížnicové odchylky v rovnoběžce, JKS.
32. Tížnicové odchylky v meridiánu, systém 1952.
33. Tížnicové odchylky v rovnoběžce, systém 1952.
34. Přehled profilů pro výpočet geoidu.
35. Výškové rozdíly před vyrovnáním a uzávěry.
36. Vyrovnané výškové rozdíly.
37. Střední chyby výškových rozdílů.
38. Mapa geoidu, systém 1952.
39. Geoid podle Wolfa, Homoródiho a podle výpočtů autora.
40. Transformace pomocí délkových a směrových korekcí.



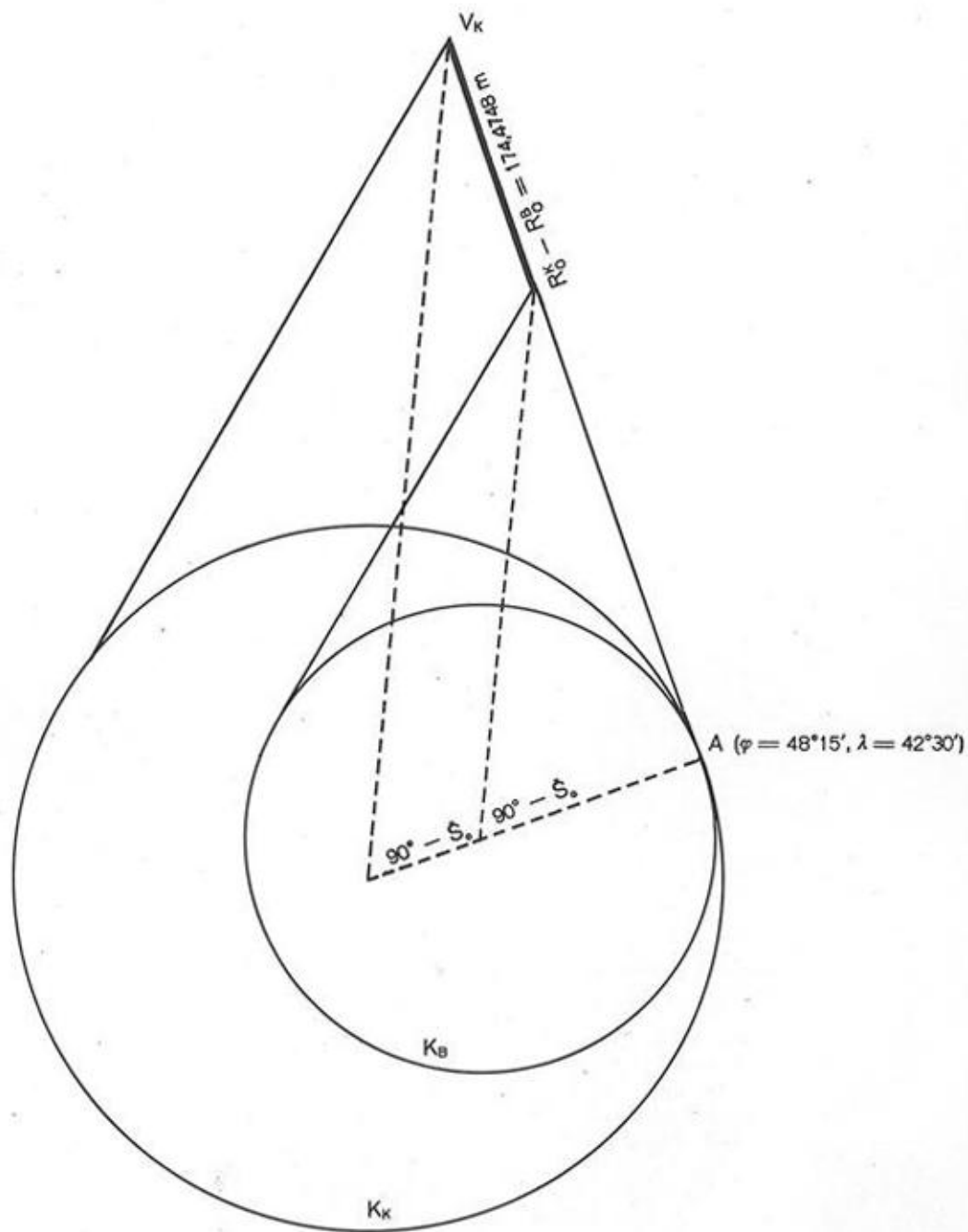
## OBSAH

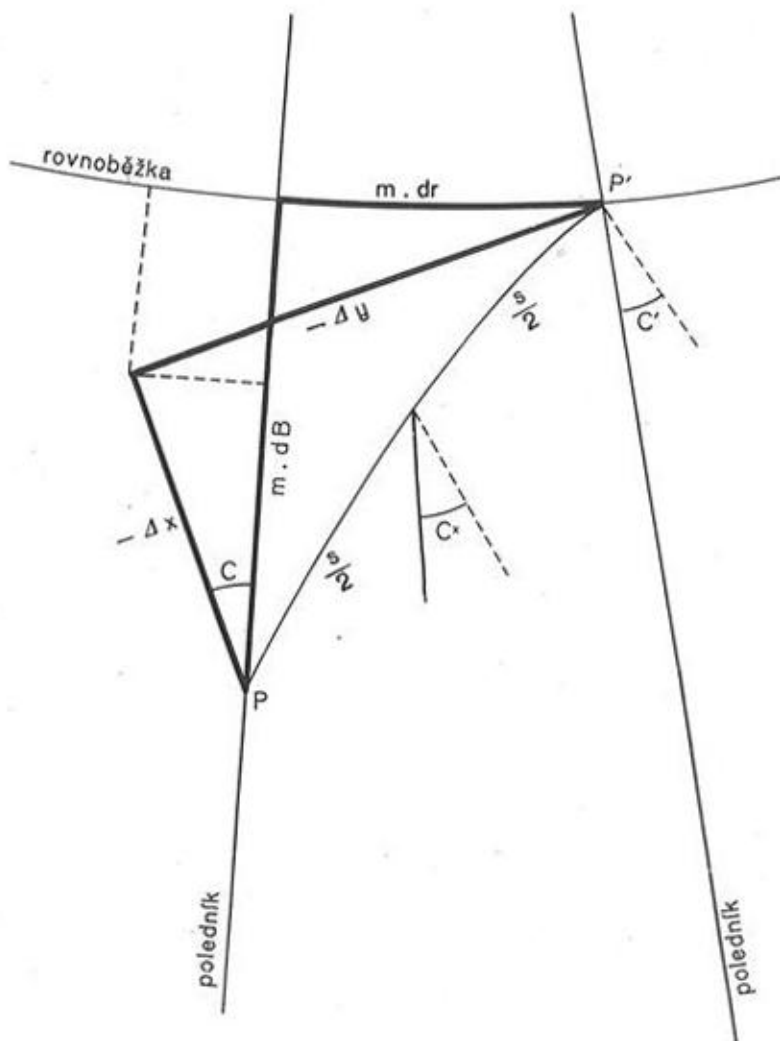
Úvod .....	5
I. Zobrazení elipsoidu na jiný elipsoid.....	9
1. Převedení po normále k původnímu elipsoidu .....	9
2. Transformace při zachování délek oblouků poledníků a rovnoběžek .....	13
3. Helmertova transformace .....	13
4. Transformace prostřednictvím Gauss-Krügerových souřadnic.....	13
5. Konformní transformace s elipsoidu na elipsoid.....	14
a) Změna elipsoidu.....	14
b) Změna azimutu .....	21
c) Délkové skreslení .....	32
d) Postup výpočtu.....	37
6. Konformní transformace s elipsoidu na elipsoid prostřednictvím kuželových souřadnic .....	37
7. Volba způsobu převodu s jednoho elipsoidu na druhý.....	38
a) Vlastní volba převodu .....	38
b) Výpočetní postup podle prof. Böhma .....	39
c) Výpočetní postup v úpravě VTOPÚ.....	41
II. Podklady pro zapojení JKS do systému 1942.....	42
1. Bodový podklad .....	42
2. Definice srovnávací roviny .....	42
3. Převedení daných bodů do srovnávací roviny .....	44
4. Zkouška kvality souřadnic systému 1942 .....	45
a) Předběžné zjištění vlastností daného podkladu .....	45
b) Dílčí transformace .....	45
c) Výzkum deformací.....	46
5. Výsledky výzkumu kvality bodového podkladu.....	46
6. Směrnice pro volbu způsobu transformace .....	47
III. Vlastní transformace.....	47
1. Způsoby transformace.....	47
2. Různé transformační metody.....	48
3. Shrnutí výsledků, konečný návrh transformace.....	48
IV. Výpočetní postup při určování konstant transformace .....	49
1. Vyčíslení rovnic, výsledky .....	49
2. Námitka prof. Böhma .....	50
V. Volba metody pro hromadnou transformaci bodů .....	51
1. Transformace pomocí směrových a délkových korekcí.....	51
2. Transformace interpolací v tabulkách o dvou argumentech .....	57
1. Vytvoření převodních tabulek .....	57
2. Transformační způsoby.....	57
a) Numerický způsob .....	57
b) Grafický způsob .....	58
c) Zkrácený numerický způsob .....	58
3. Použité počítařské metody.....	58

VI. Rozbor výsledků transformace .....	61
1. Skreslení délek .....	61
2. Stočení sítě .....	62
a) Stočení sítě ve srovnávací rovině .....	62
b) Změna azimutu na elipsoidu .....	62
3. Rozdíly $\delta x$ a $\delta y$ .....	63
4. Deformace rozprostírající se na velkém území .....	63
VII. Výzkum správné polohy sítě na elipsoidu .....	66
VIII. Různé soustavy tížnicových odchylek na území ČSR .....	67
a) Tížnicové odchylky na území ČSR .....	67
b) Srovnání jednotlivých systémů tížnicových odchylek .....	72
IX. Předběžná mapa geoidu na území ČSR .....	74
1. Použitá metoda k určení plochy geoidu .....	74
2. Geodetické a astronomické hodnoty .....	76
3. Výpočet mapy geoidu .....	76
4. Srovnání našeho geoidu s geoidy jiných autorů .....	77
5. Požadovaná přesnost mapy geoidu .....	78
6. Přesnost odvozené mapy .....	78
X. Vztah tvaru geoidu k horstvu a ke geologické struktuře ČSR .....	80
XI. Vliv nesprávné orientace sítě na její prohnutí .....	80
1. Vliv nesprávné orientace sítě na tvar sítě .....	80
2. Vliv nesprávné orientace sítě na měřítko sítě .....	81
3. Srovnání se stočením a změnou měřítka v systému 1952 .....	82
XII. Použitelnost výsledků transformace pro budoucnost .....	83
XIII. Souhrn .....	83
XIV. Použité prameny a literatura .....	86
XV. Seznam příloh a obrázků .....	88

---

Zvláštní číslo Vojenského topografického obzoru. Vydává MNO. Redakční rada: Ing. Dr Jan Klíma (předseda), doc. Ing. Dr Adolf Fiker, doc. Ing. Dr Bedřich Chrastil, Ing. Josef Jeník, Vladimír Kop, Ing. Dr Jiří Kousal, Karel Oktábec, Ing. Tomáš Šesták, prof. Ing. Dr Josef Vykutíl (členové). Redaktor Ing. Otakar Skoupý. Časopis si mohou předplácet jen vojenské osoby z povolání a žáci vojenských učilišť. Náklad 300 kusů. Tiskne 1.VKÚ Praha. VC 103513





$$dB = -\frac{1}{m} (\Delta x \cdot \cos C + \Delta y \cdot \sin C)$$

$$dr = -\frac{1}{m} (\Delta y \cdot \cos C - \Delta x \cdot \sin C)$$

$$d\varphi = \frac{dB}{\Delta B_{0^\circ}}$$

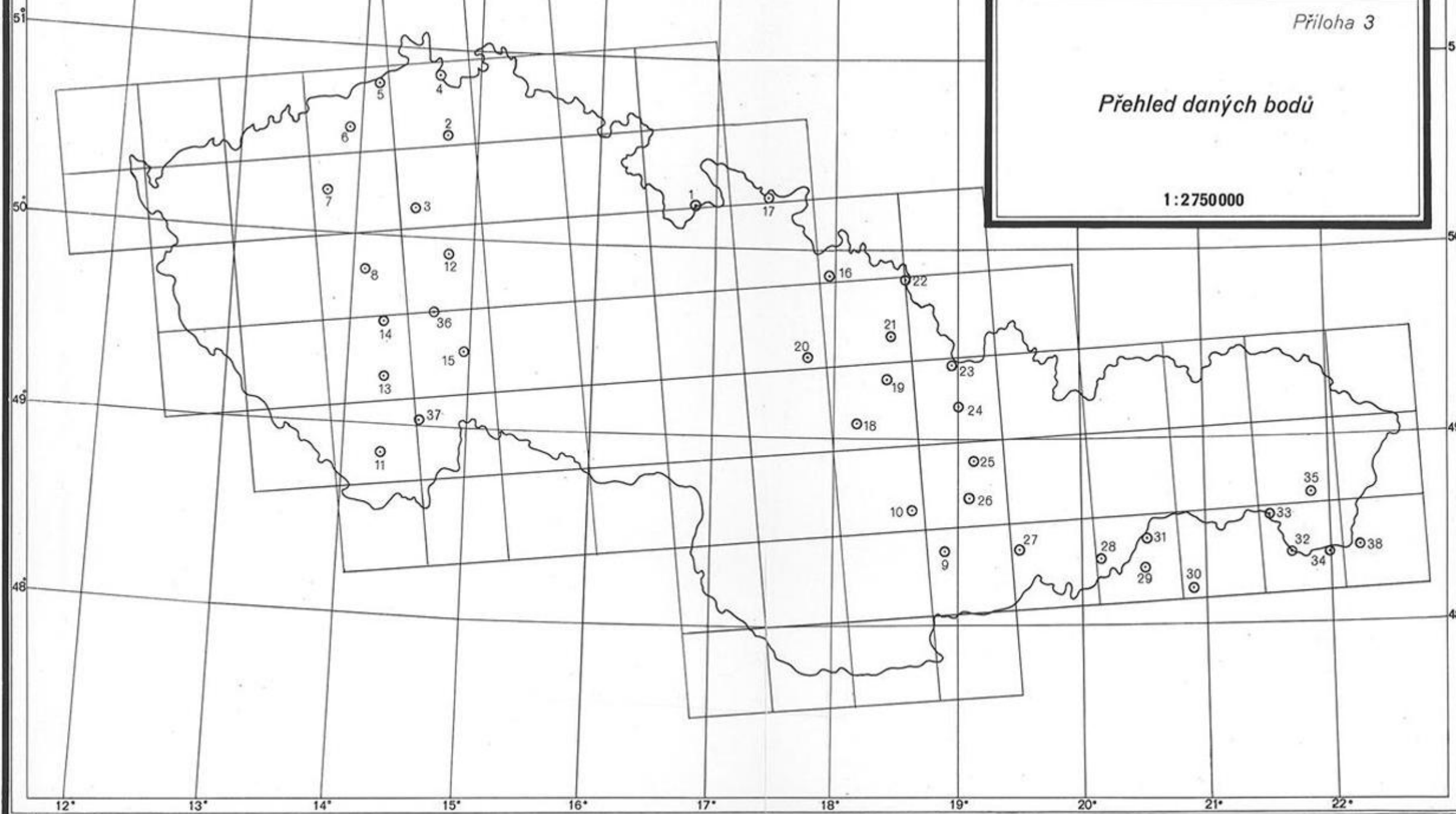
$$d\lambda = \frac{dr}{\Delta r_{0^\circ}}$$

$\Delta B_{0^\circ}$  = délka 1' na poledníku

$\Delta r_{0^\circ}$  = délka 1' na rovnoběžce

$$\text{pro } B = \varphi + \frac{1}{2} d\varphi$$

12° 13° 14° 15° 16° 17° 18° 19° 20° 21° 22°



Příloha 3

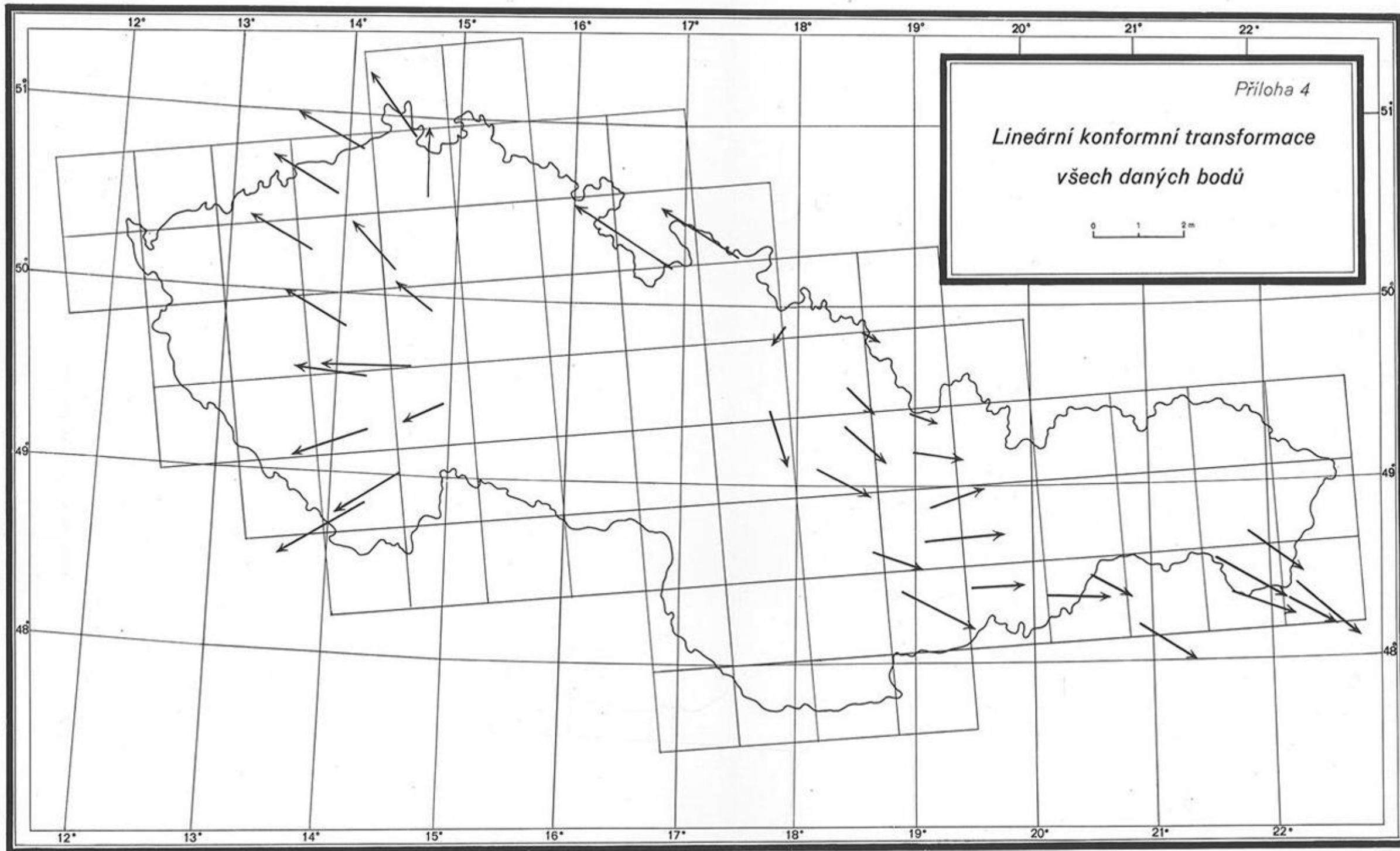
Přehled daných bodů

1:2750000

12° 13° 14° 15° 16° 17° 18° 19° 20° 21° 22°

51°  
50°  
49°  
48°

51°  
50°  
49°  
48°

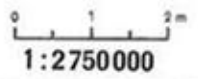




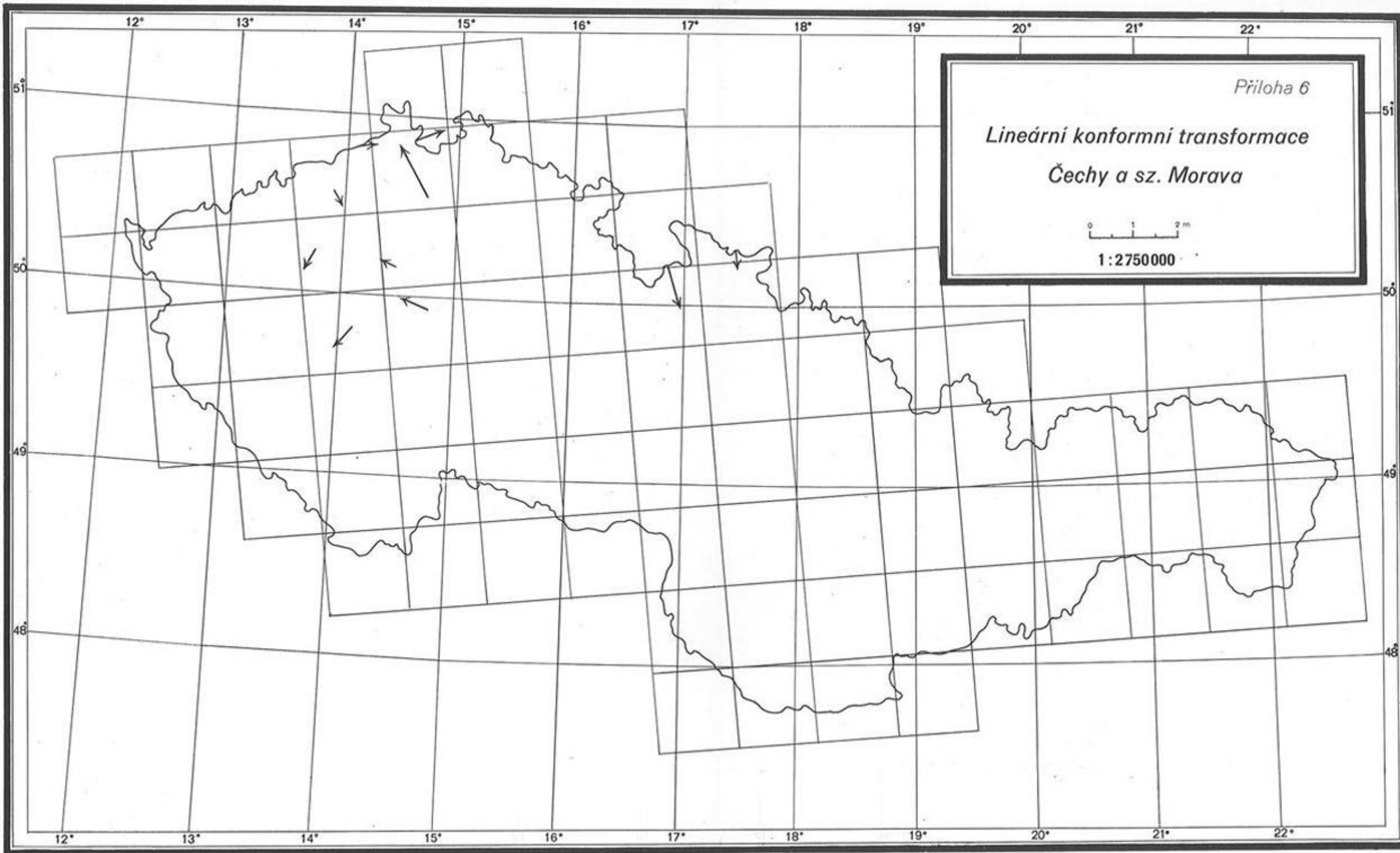
Příloha 5

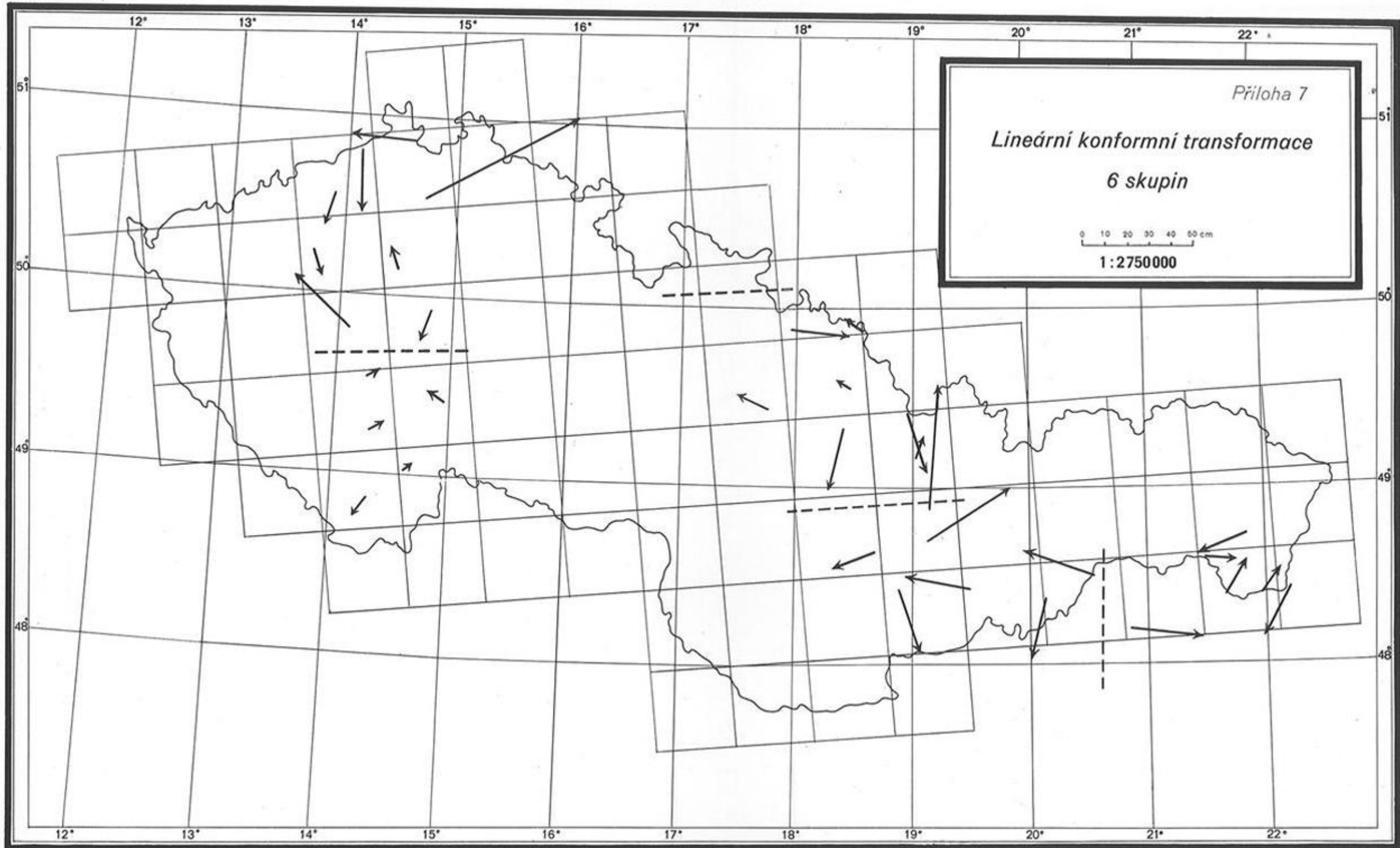
Lineární konformní transformace

Každý řetězec zvlášť









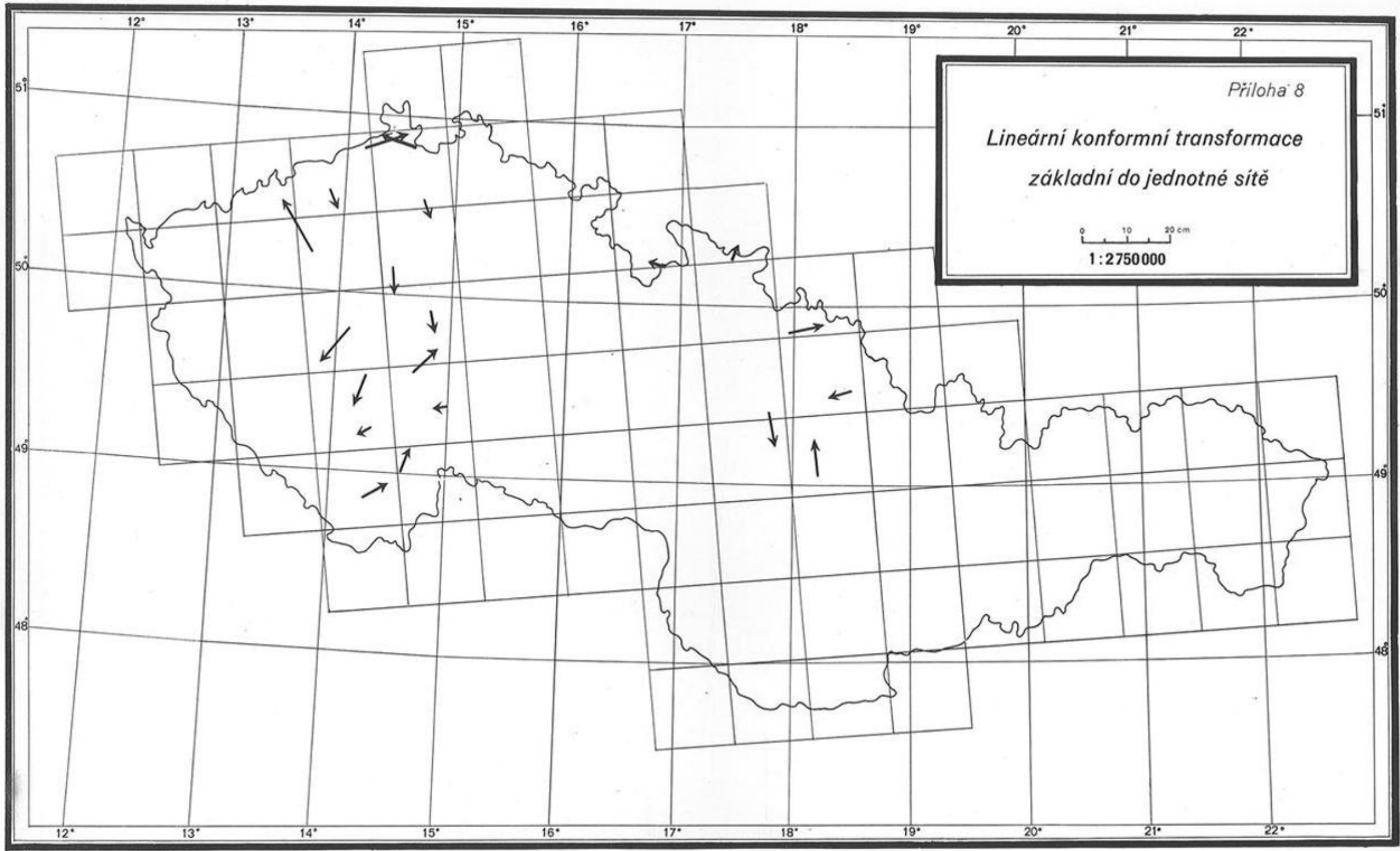
Příloha 7

Lineární konformní transformace

6 skupin

0 10 20 30 40 50 cm

1:2750000



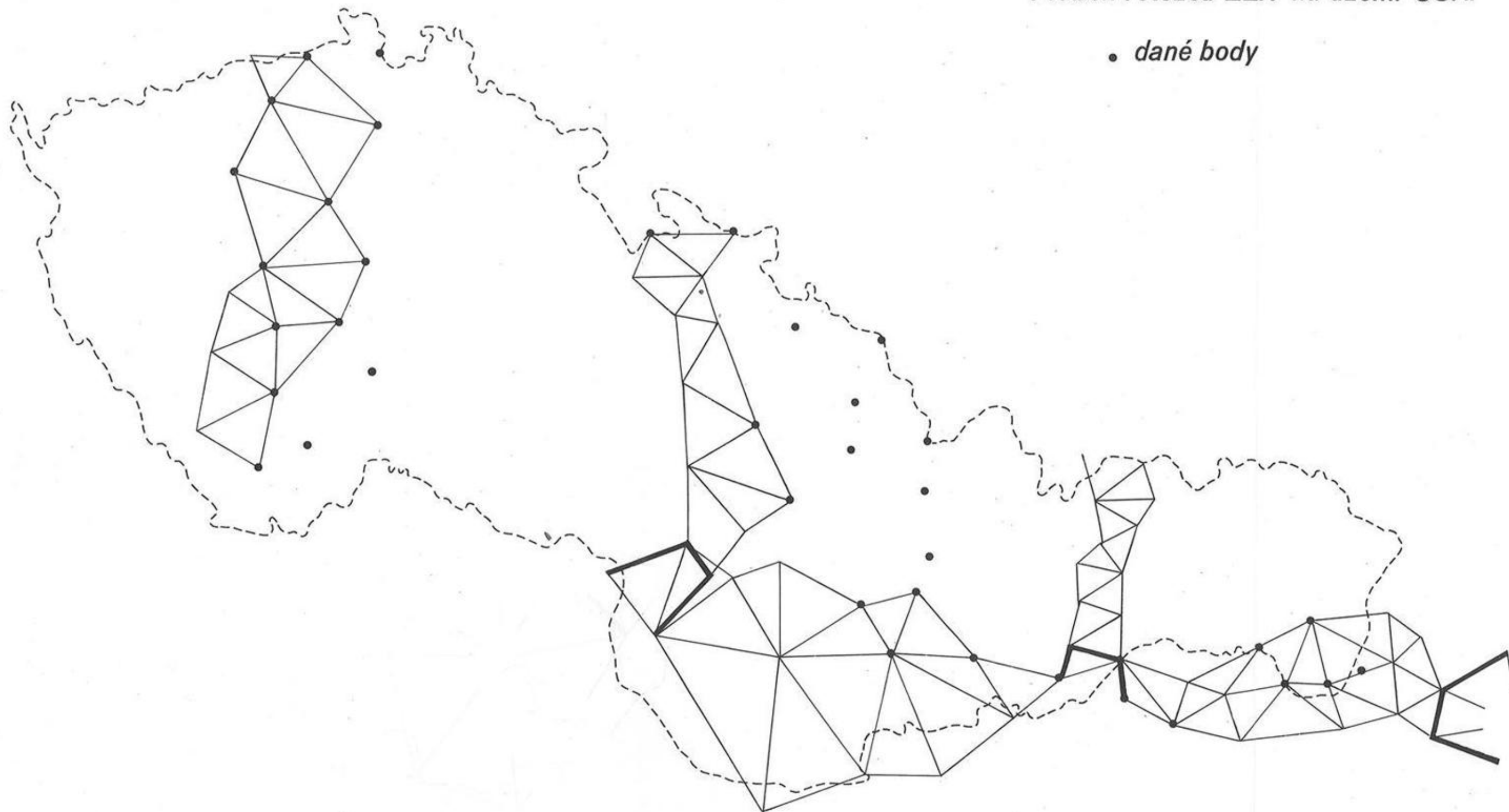
Příloha 8

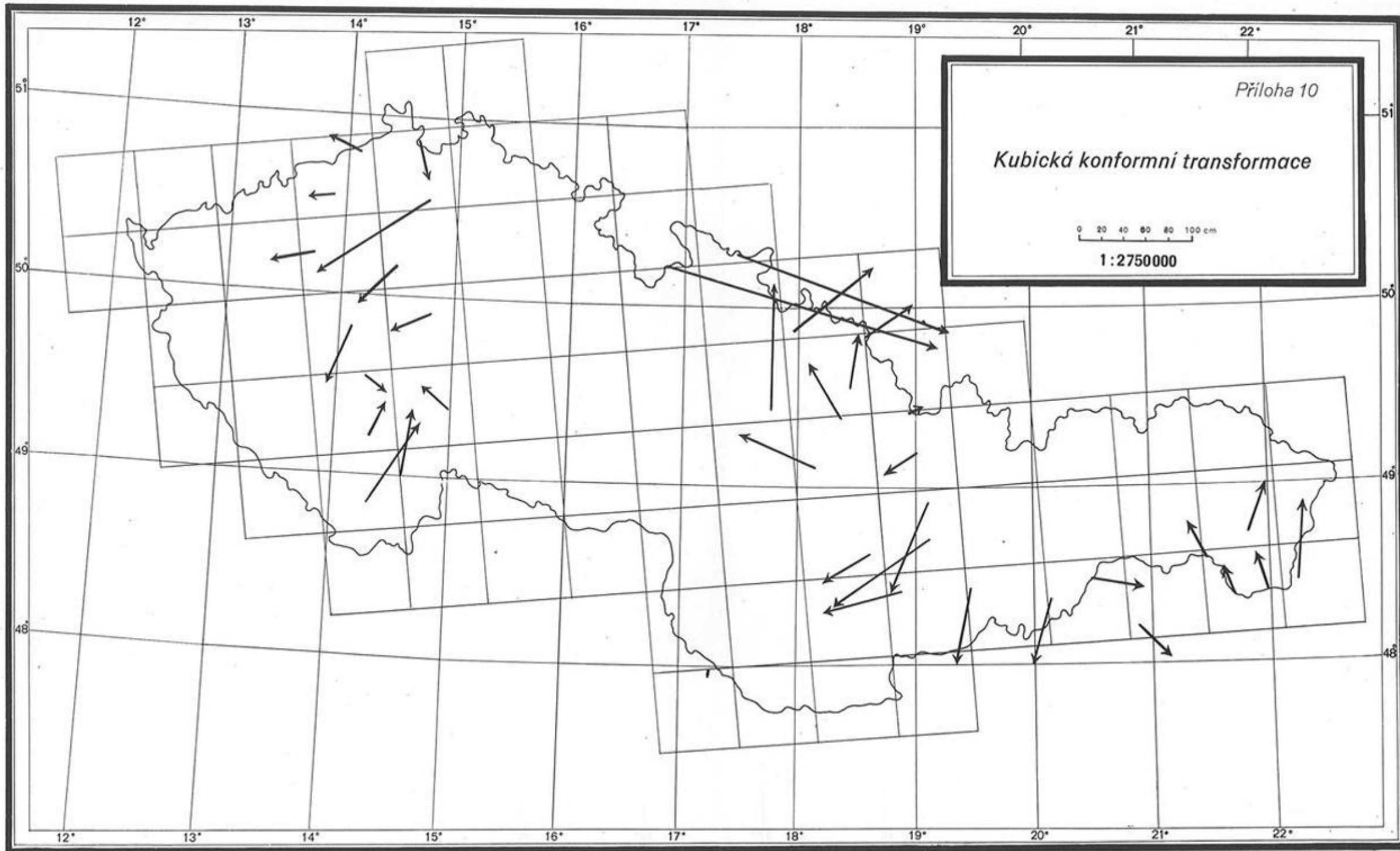
Lineární konformní transformace  
základní do jednotné sítě

0 10 20 cm  
1:2750000

### Průběh řetězců ZEN na území ČSR.

• dané body





Opravy ze změny elipsoidu dB

Příloha 11

X \ Y	900	750	600	450	300	150
	950	4,777 25	4,593 37	4,441 63	4,322 88	
1050	5,184 39	5,006 94	4,860 44	4,745 73	4,663 43	4,613 89
1150	5,589 97	5,418 72	5,277 31	5,166 53	5,087 04	5,039 18
1250	5,993 81	5,828 52	5,692 03	5,585 10	5,508 33	5,462 10
1350			6,104 38	6,001 18	5,927 07	5,882 44

Opravy ze změny elipsoidu dB

Příloha 12

	900	750	600	450	300	150
Y						
X						
950	5,169 98	4,350 21	3,507 78	2,647 00		
1050	4,983 97	4,192 26	3,379 53	2,549 75	1,707 04	0,855 69
1150	4,808 93	4,043 67	3,258 89	2,458 25	1,645 56	0,824 80
1250	4,644 08	3,903 76	3,145 31	2,372 11	1,587 68	0,795 74
1350			3,038 30	2,290 95	1,533 16	0,768 35

Opravy po transformaci do systému 1952 dB

Příloha 13

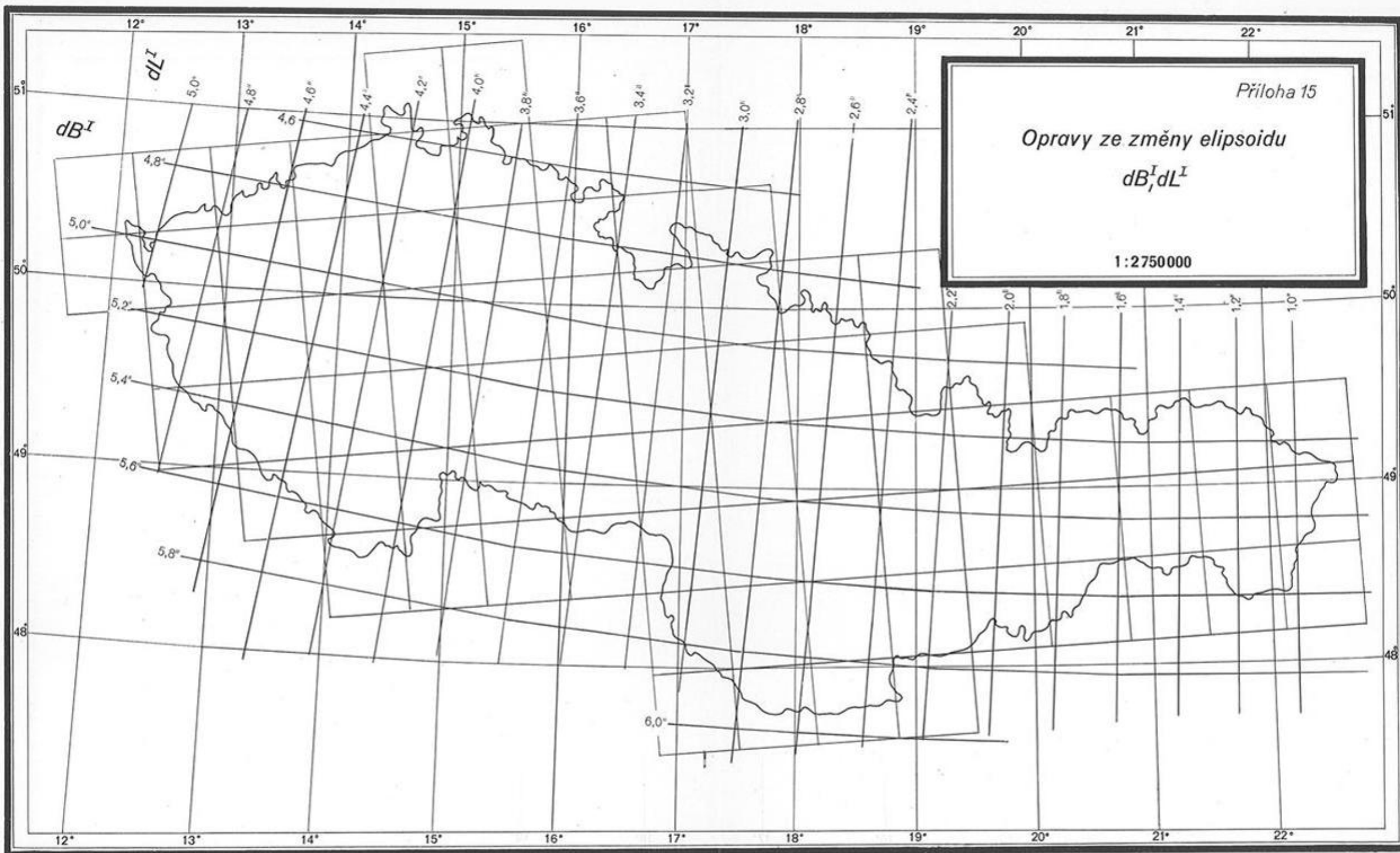
X \ Y	900	750	600	450	300	150
	950	- 1,855 66	- 1,805 86	- 1,715 83	- 1,585 73	
1050	- 1,414 08	- 1,369 44	- 1,285 45	- 1,162 14	- 0,999 70	- 0,798 38
1150	- 0,973 87	- 0,934 68	- 0,856 88	- 0,740 50	- 0,588 29	- 0,392 18
1250	- 0,535 52	- 0,501 95	- 0,430 61	- 0,321 33	- 0,174 11	+ 0,011 02
1350			- 0,007 11	+ 0,094 83	+ 0,234 06	+ 0,410 67

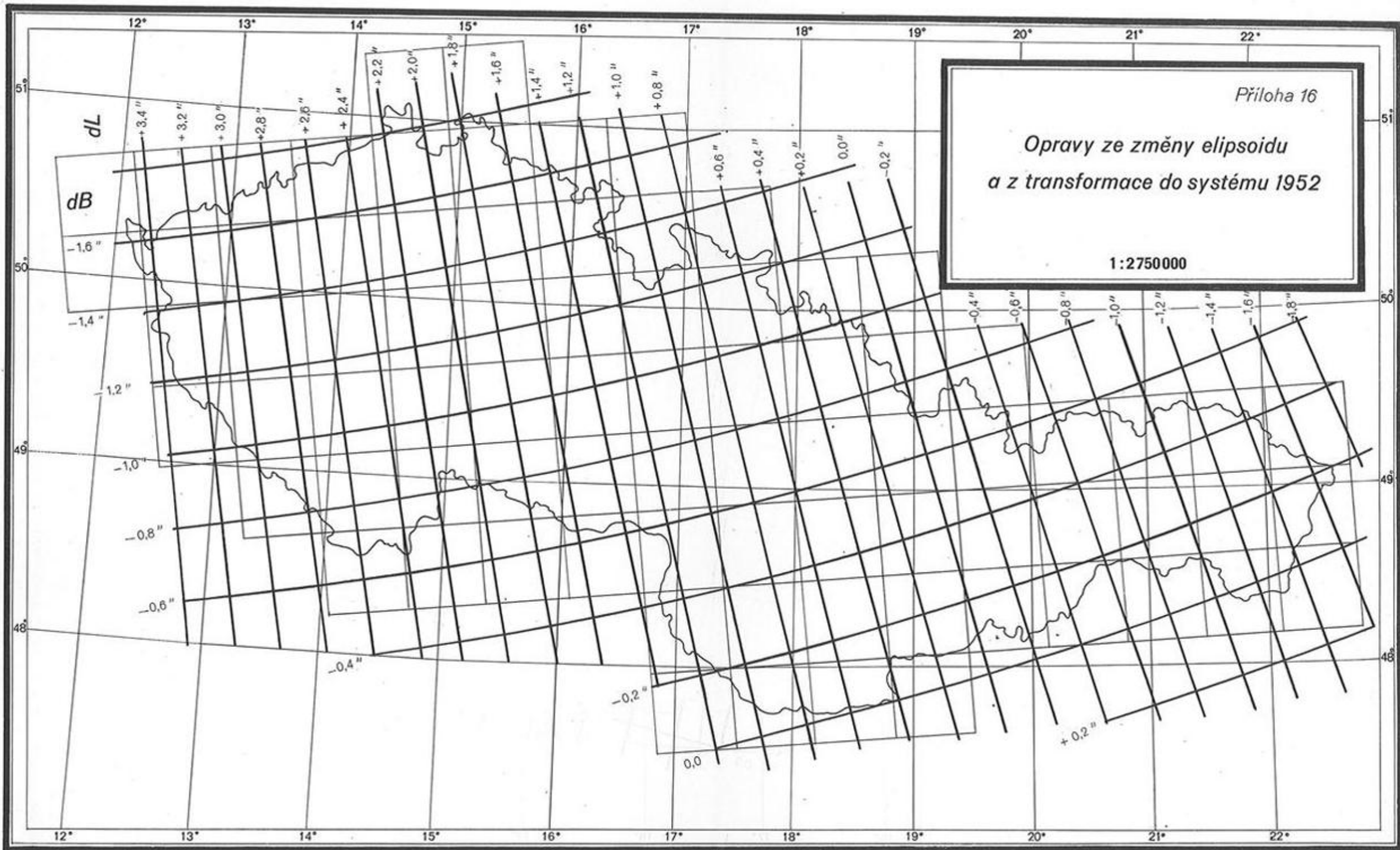


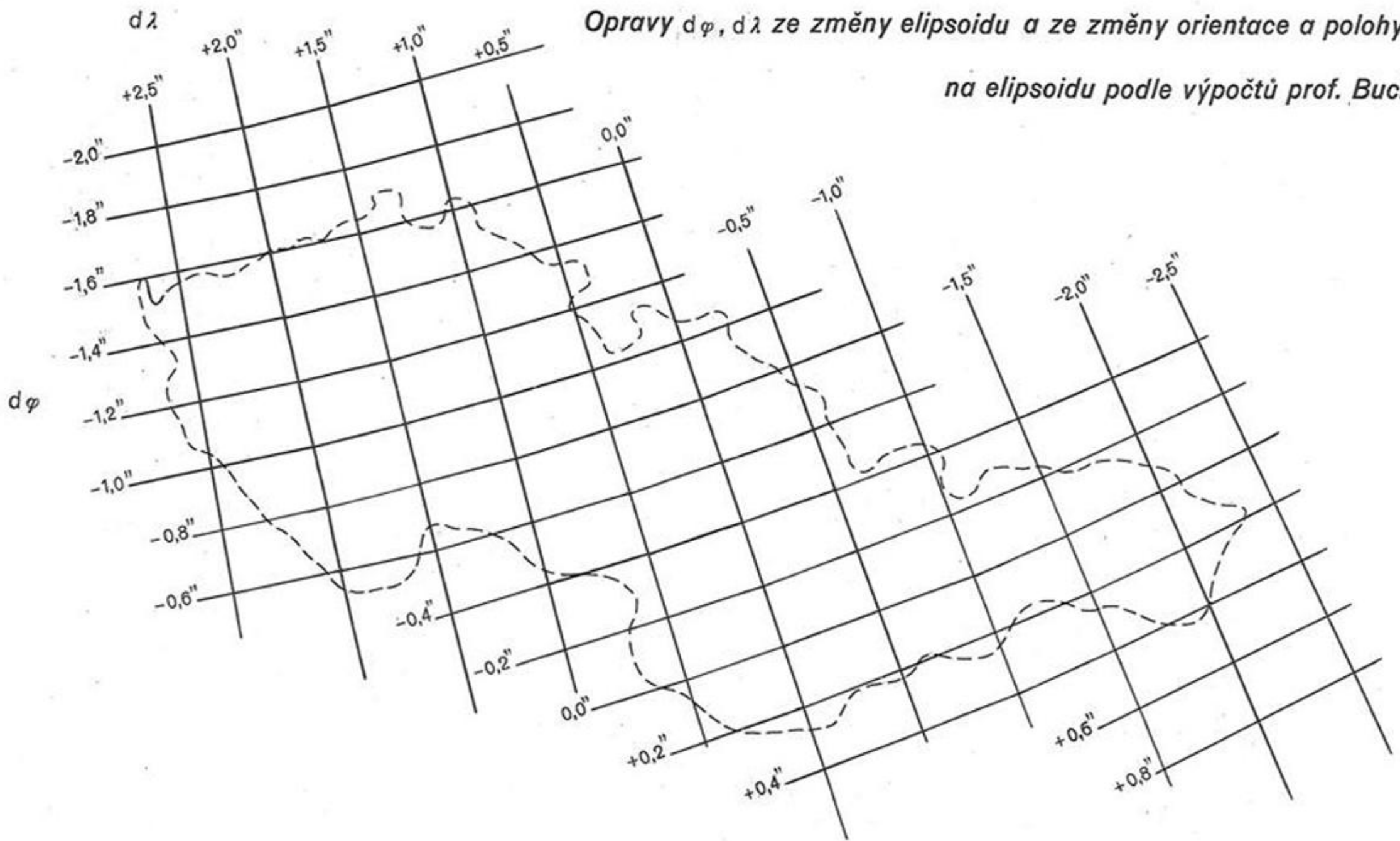
Opravy po transformaci do systému 1952 dL

Příloha 14

X	900	750	600	450	300	150
950	+ 3,429 97	+ 2,247 82	+ 1,076 63	- 0,078 49		
1050	+ 3,443 73	+ 2,305 89	+ 1,179 29	+ 0,068 73	- 1,021 49	- 2,087 41
1150	+ 3,454,61	+ 2,358 85	+ 1,274 83	+ 0,206 89	- 0,840 66	- 1,864 78
1250	+ 3,462 19	+ 2,406 62	+ 1,363 23	+ 0,356 10	- 0,670 98	- 1,654 34
1350			+ 1,444 44	+ 0,456 41	- 0,511 60	- 1,456 07

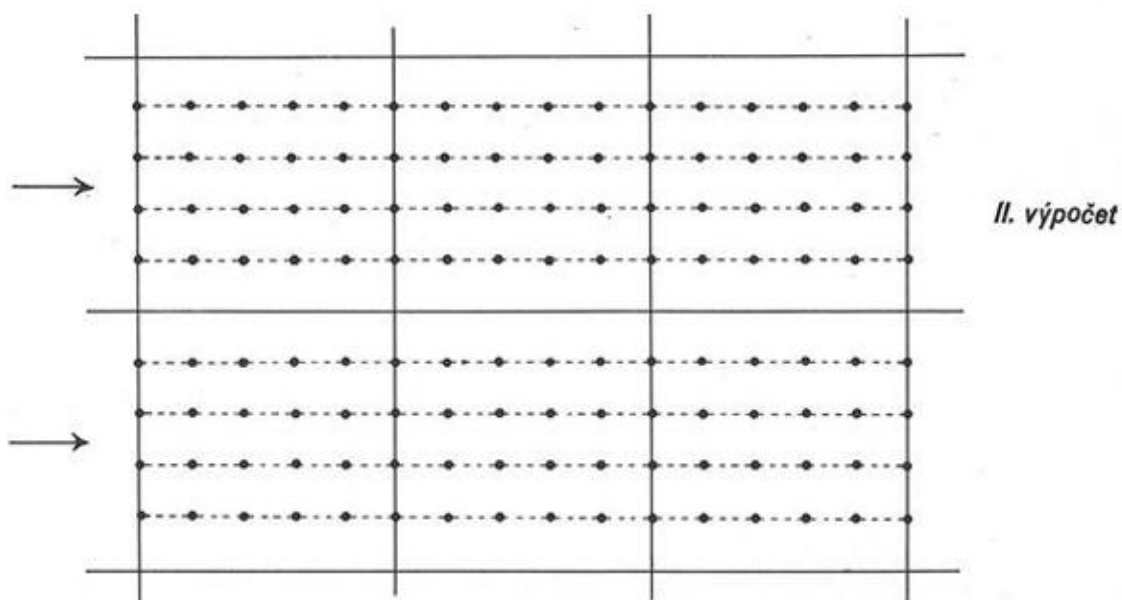
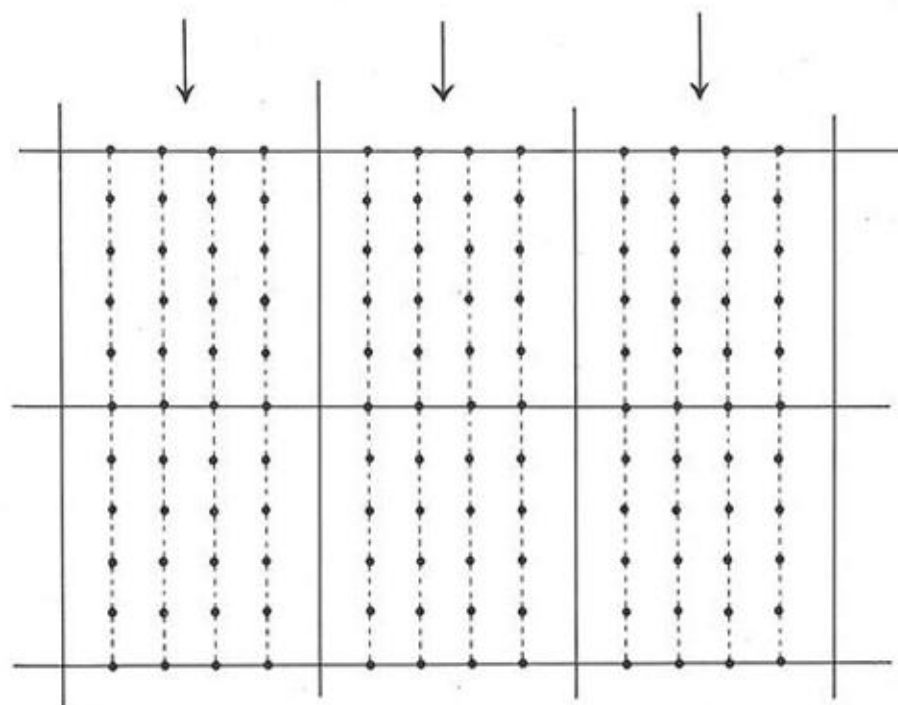






*Opravy  $d\phi$ ,  $d\lambda$  ze změny elipsoidu a ze změny orientace a polohy sítě  
na elipsoidu podle výpočtů prof. Buchara*

### Postup zhušťování interpolačních tabulek



## Ukázka interpolace s šablonou

$\Delta_4$	$\Delta_3$	$\Delta_2$	$\Delta_1$		$\int^I$	$\int^{II}$
				5 530 291,143		
				5 520 301,480	-9-989,663	-230
				5 510 311,587	-9-989,893	
			-49 950,371			
			+0-200			
		-3,447				
		-0-040				
	+2,752					
	+0,016					
-57						
-0,008						

*Interpolace vpřed:*

$$\begin{aligned}
 &+ 5\cdot520\cdot301,480 \\
 &- 49\cdot950,371 \times 0,200 \\
 &+ 3,447 \times 0,040 \\
 &+ 2,752 \times 0,016 \\
 &+ 0,057 \times 0,008 = 5\cdot510\cdot311,587
 \end{aligned}$$

*Interpolace zpět:*

$$\begin{aligned}
 &+ 5\cdot300\cdot510,475 \\
 &+ 49\cdot947,886 \times 0,200 \\
 &+ \emptyset \\
 &+ 2,627 \times 0,008 \\
 &- 0,068 \times 0,008 = 5\cdot310\cdot500,073
 \end{aligned}$$

+0,008						
-68						
	+0,008					
	+2-627					
		0,000				
		+4,627				
			-0,200	5 310-500,073		
			-49.947,886	5 300-510,475	-9-989,598	+249
				5 290-521,126	-9-989,349	+265
				5 280-532,042	-9-989,084	

Ukázka tabulek pro numerickou transformaci.

$Y_0 = 270$  kilometrům.

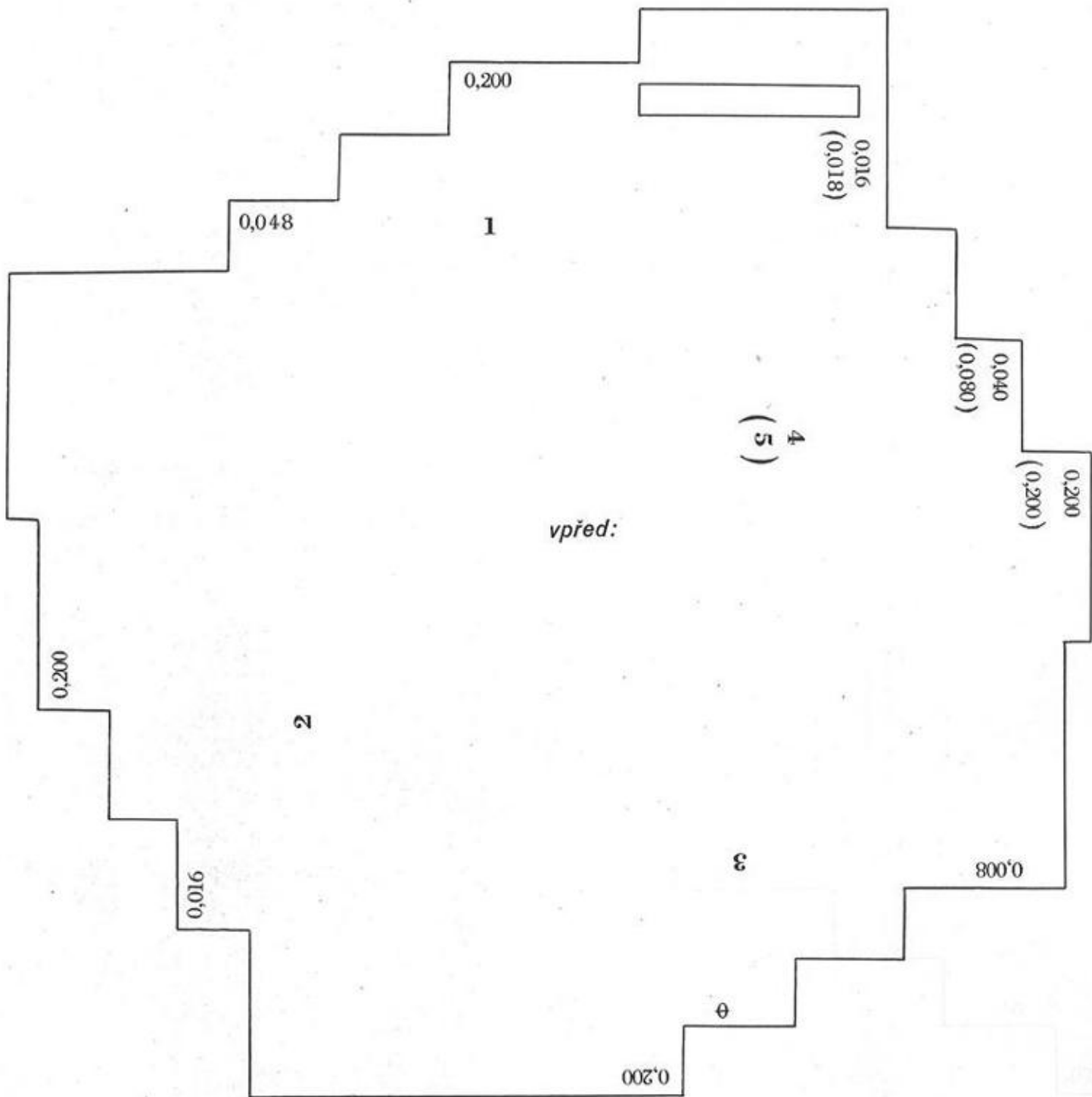
Příloha 20

Xo	Y <sub>0</sub>	ΔY <sub>y</sub>	ΔY <sub>x</sub>	ΔY <sub>yy</sub>	ΔY <sub>xx</sub>	ΔY <sub>xy</sub>
1150	507 426,278	- 9 986,869	+ 499,814	+ 89	- 54	- 274
1160	507 926,092	- 9 987,143	+ 499,868	+ 80	- 47	- 249
1170	508 425,960	- 9 987,392	+ 499,915	+ 72	- 38	- 225
1180	508 925,875	- 9 987,617	+ 499,953	+ 63	- 29	- 201

Xo	Xo	ΔX <sub>y</sub>	ΔX <sub>x</sub>	ΔX <sub>yy</sub>	ΔX <sub>xx</sub>	ΔX <sub>xy</sub>
1150	5 487 810,199	- 499,639	- 9 986,975	- 283	+ 265	- 71
1160	5 477 823,224	- 499,710	- 9 987,240	- 256	+ 242	- 64
1170	5 467 835,984	- 499,774	- 9 987,482	- 233	+ 217	- 54
1180	5 457 848,502	- 499,828	- 9 987,699	- 208	+ 193	- 47

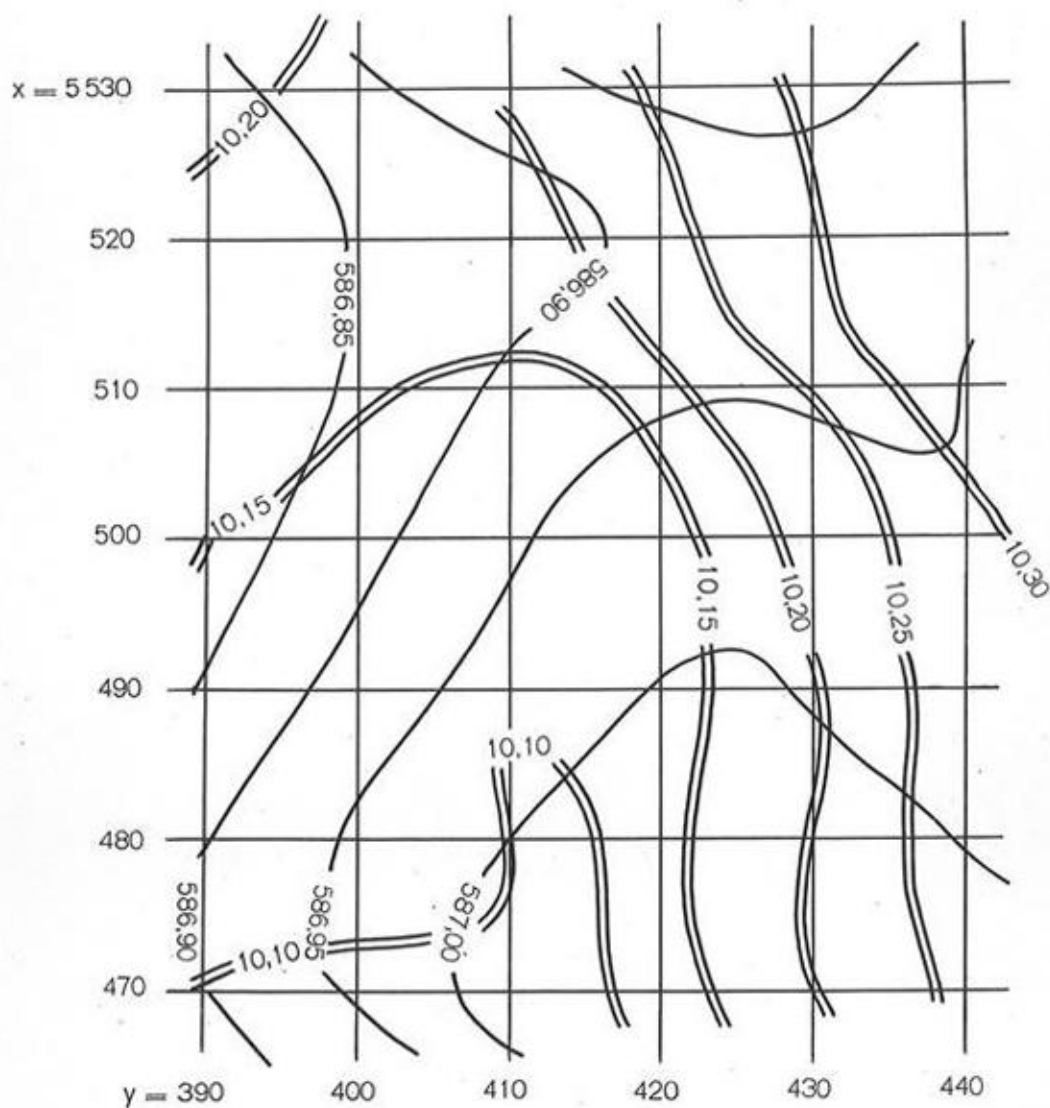




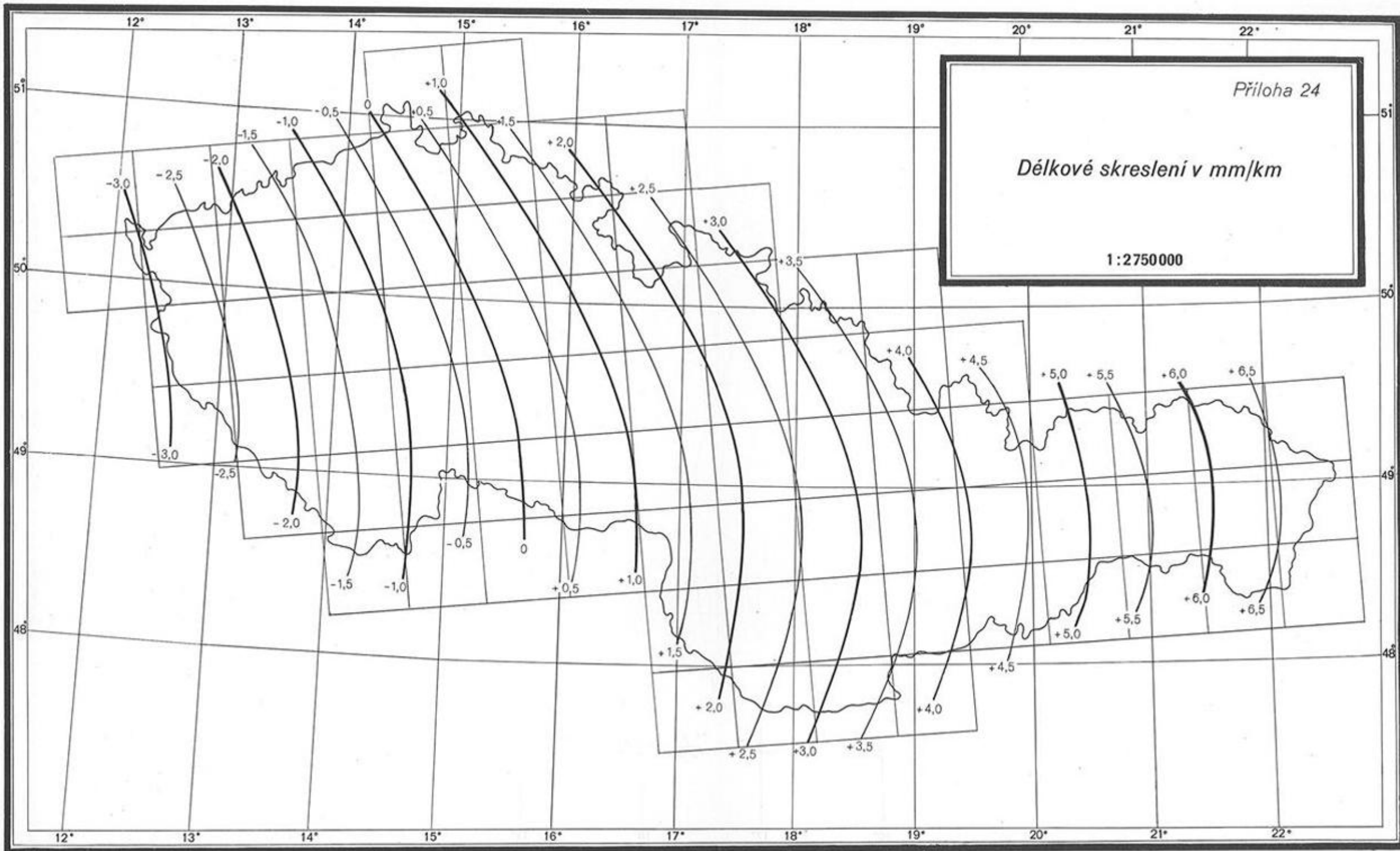


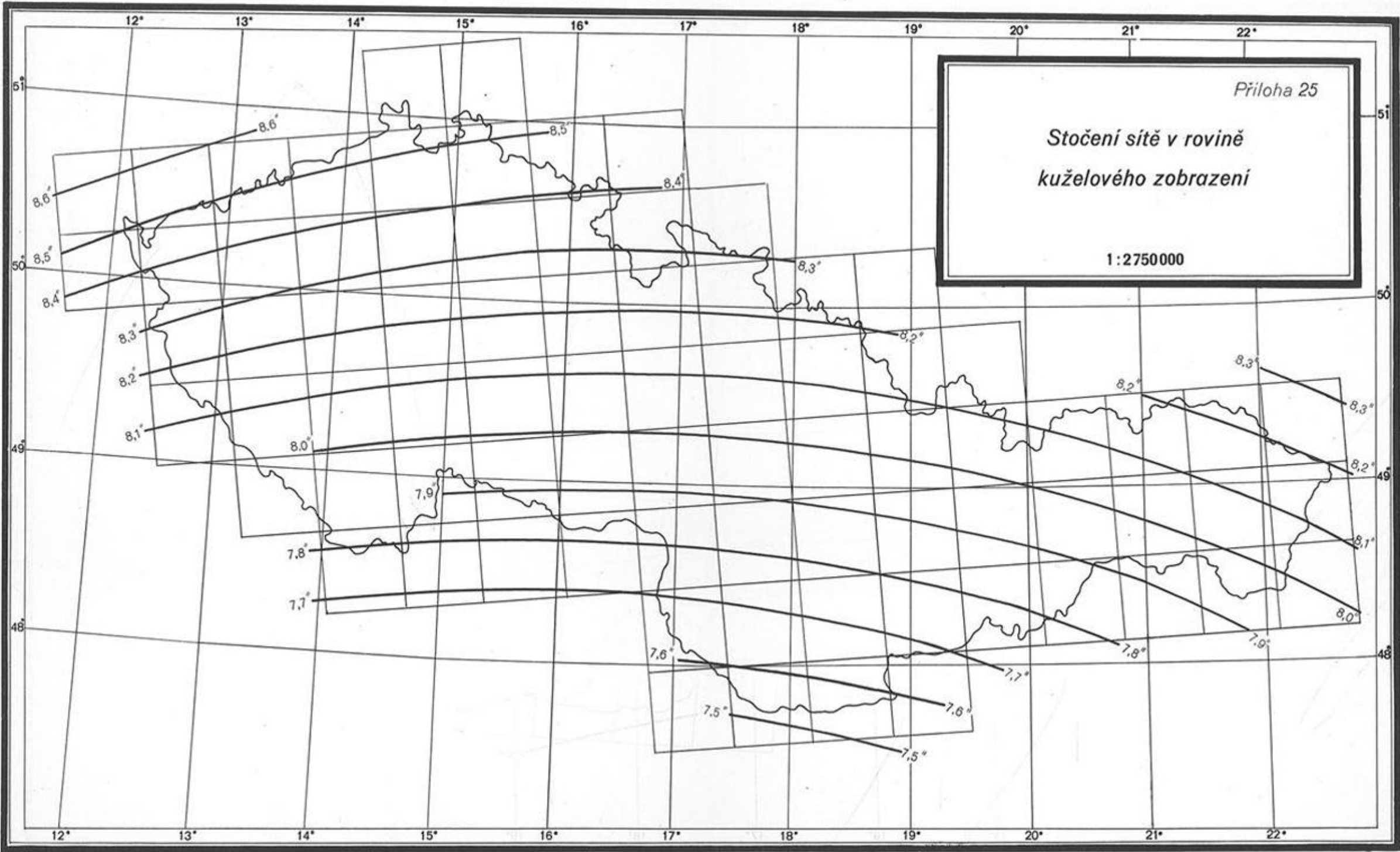
## Ukázka transformačního grafu

1:500 000



Souřadnicová síť 10x10 km se vztahuje na systém DHG

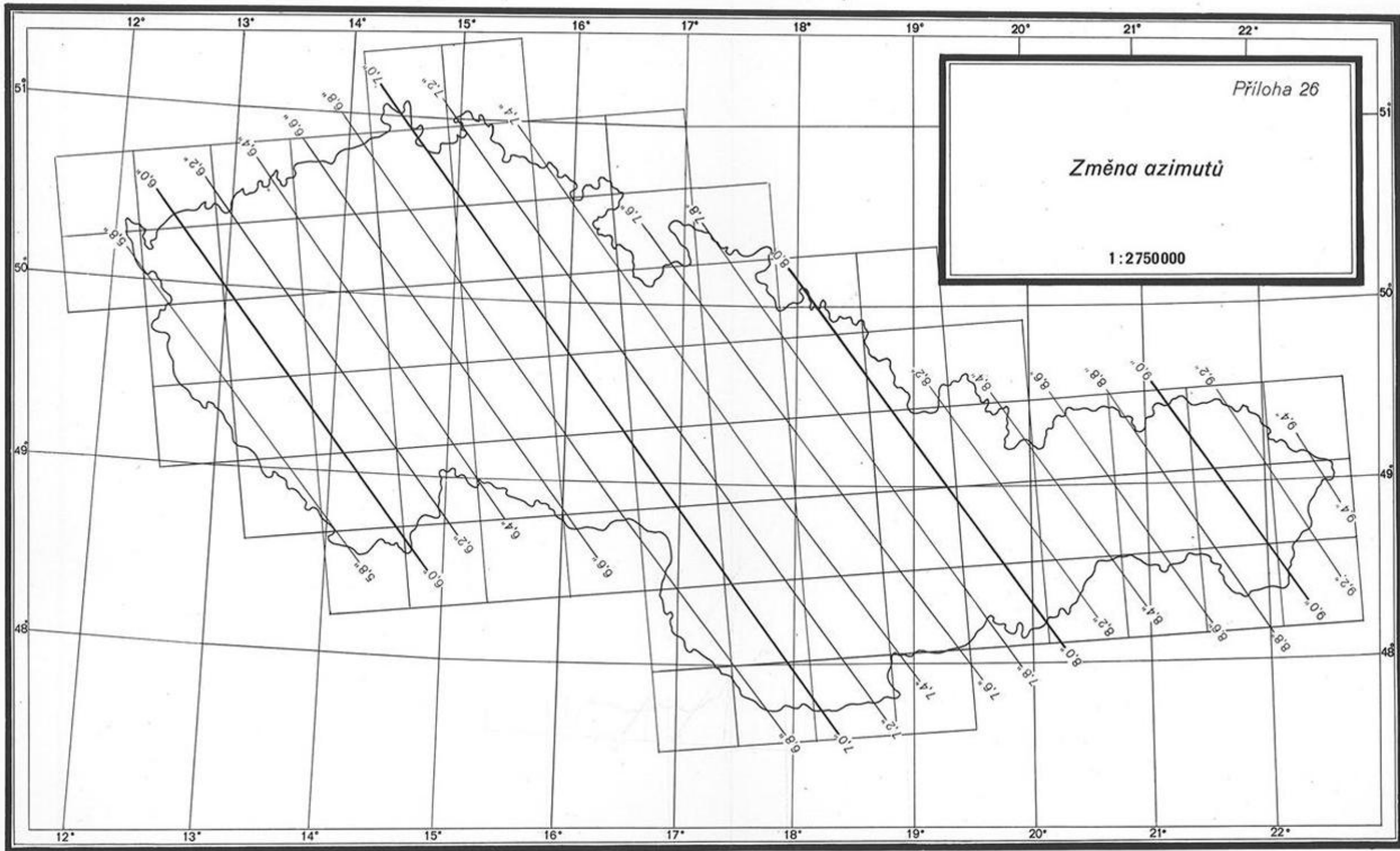


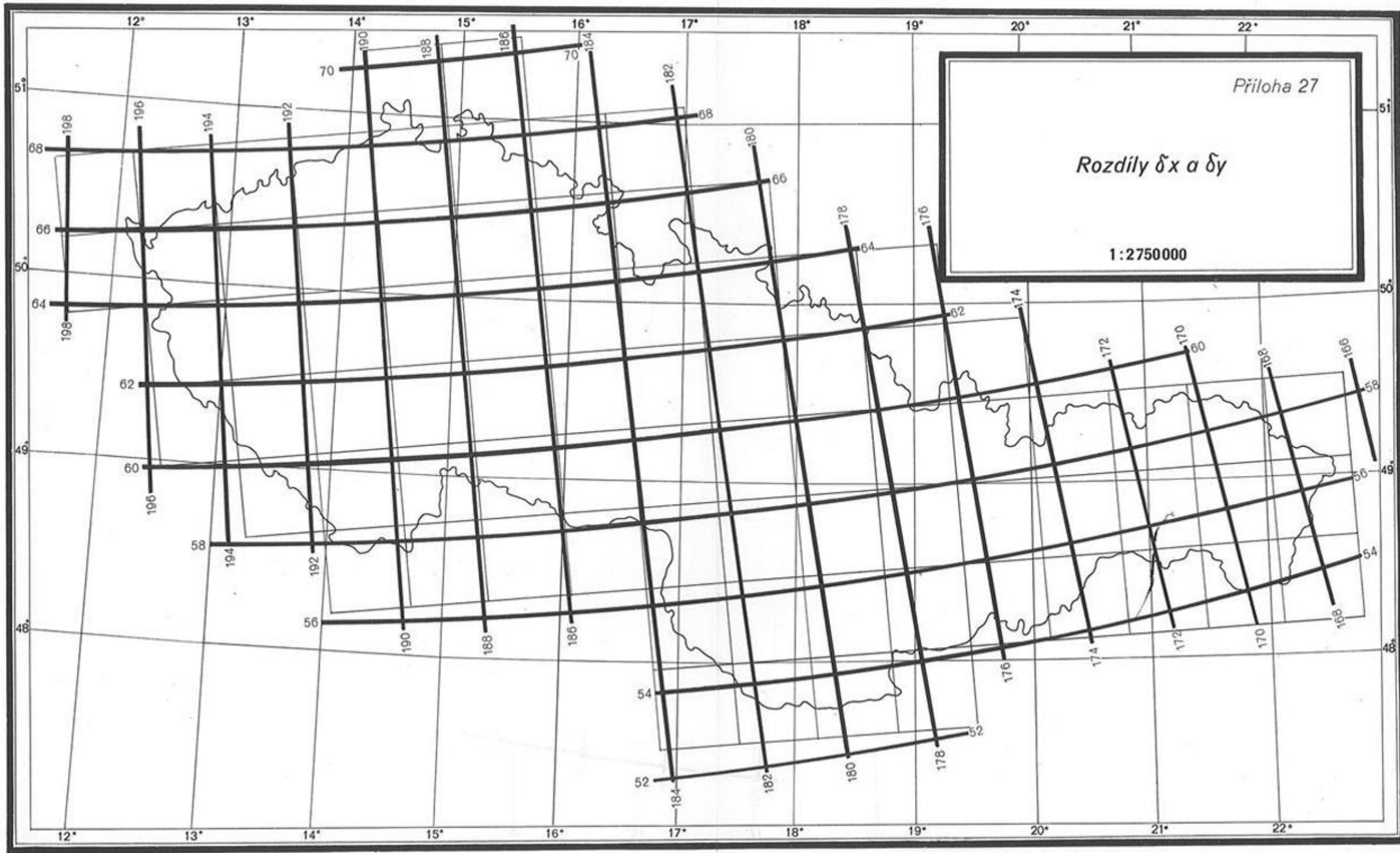


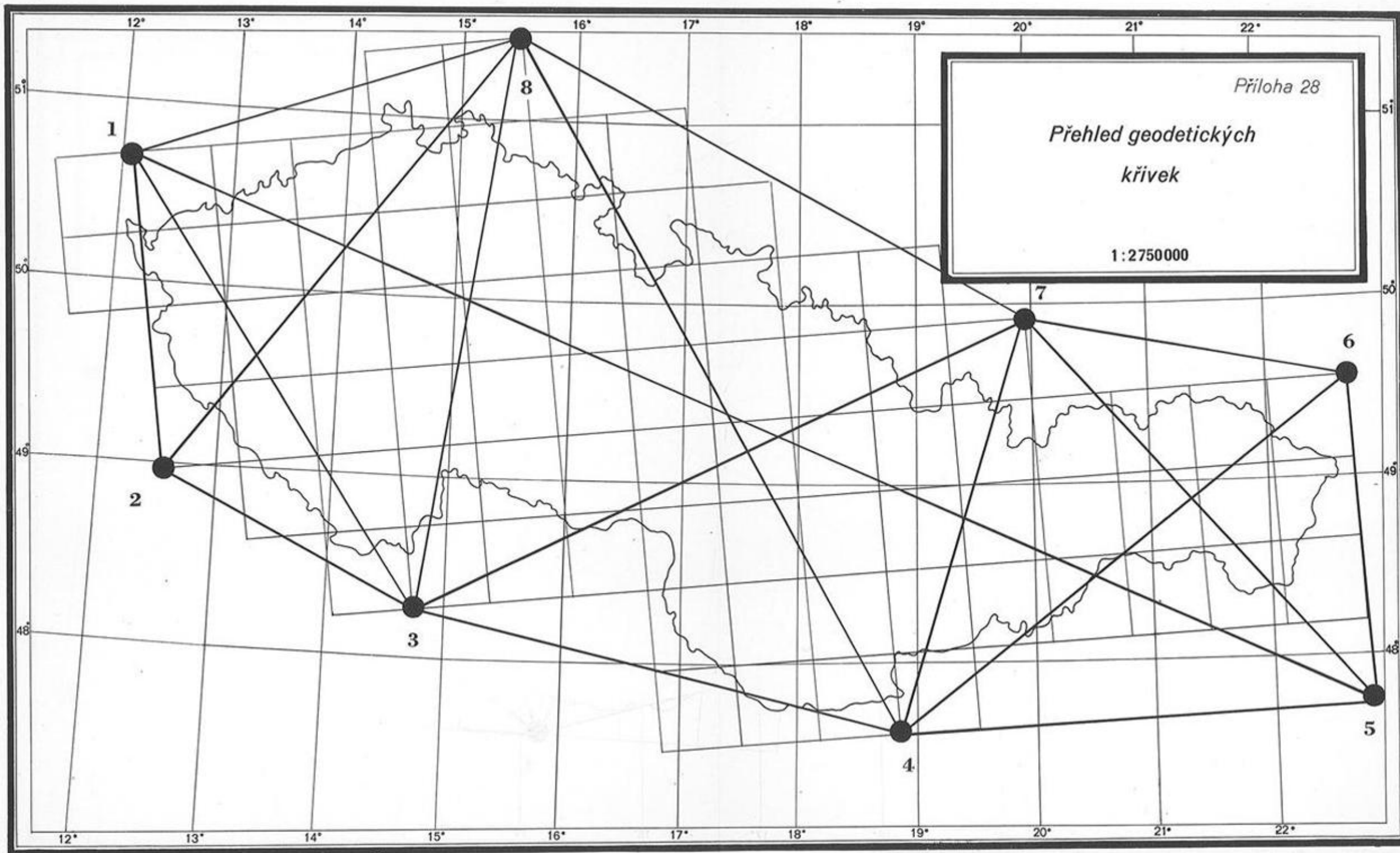
Příloha 25

Stočení sítě v rovině  
kuželového zobrazení

1:2750000



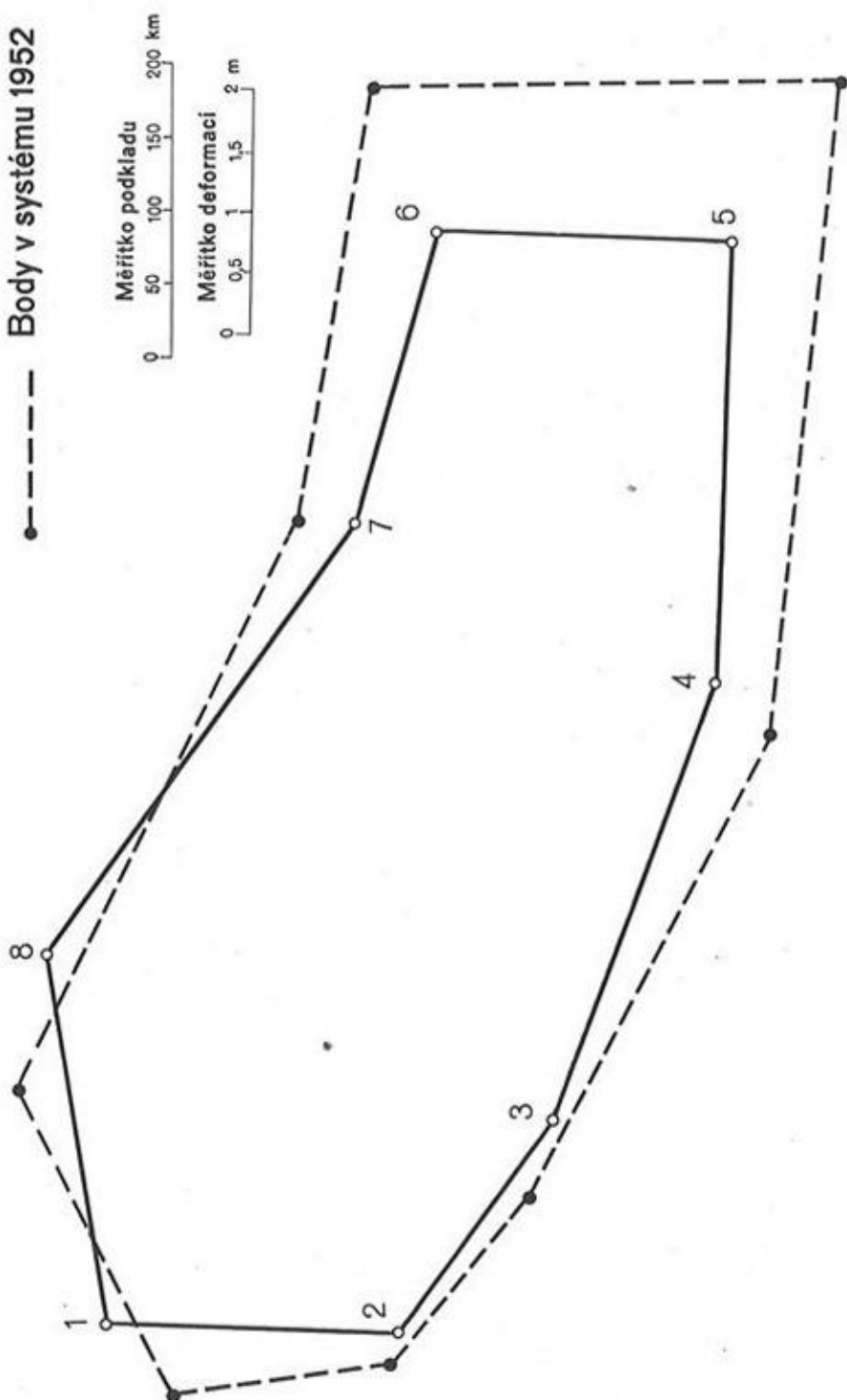




Příloha 29

—○— Body v JKS

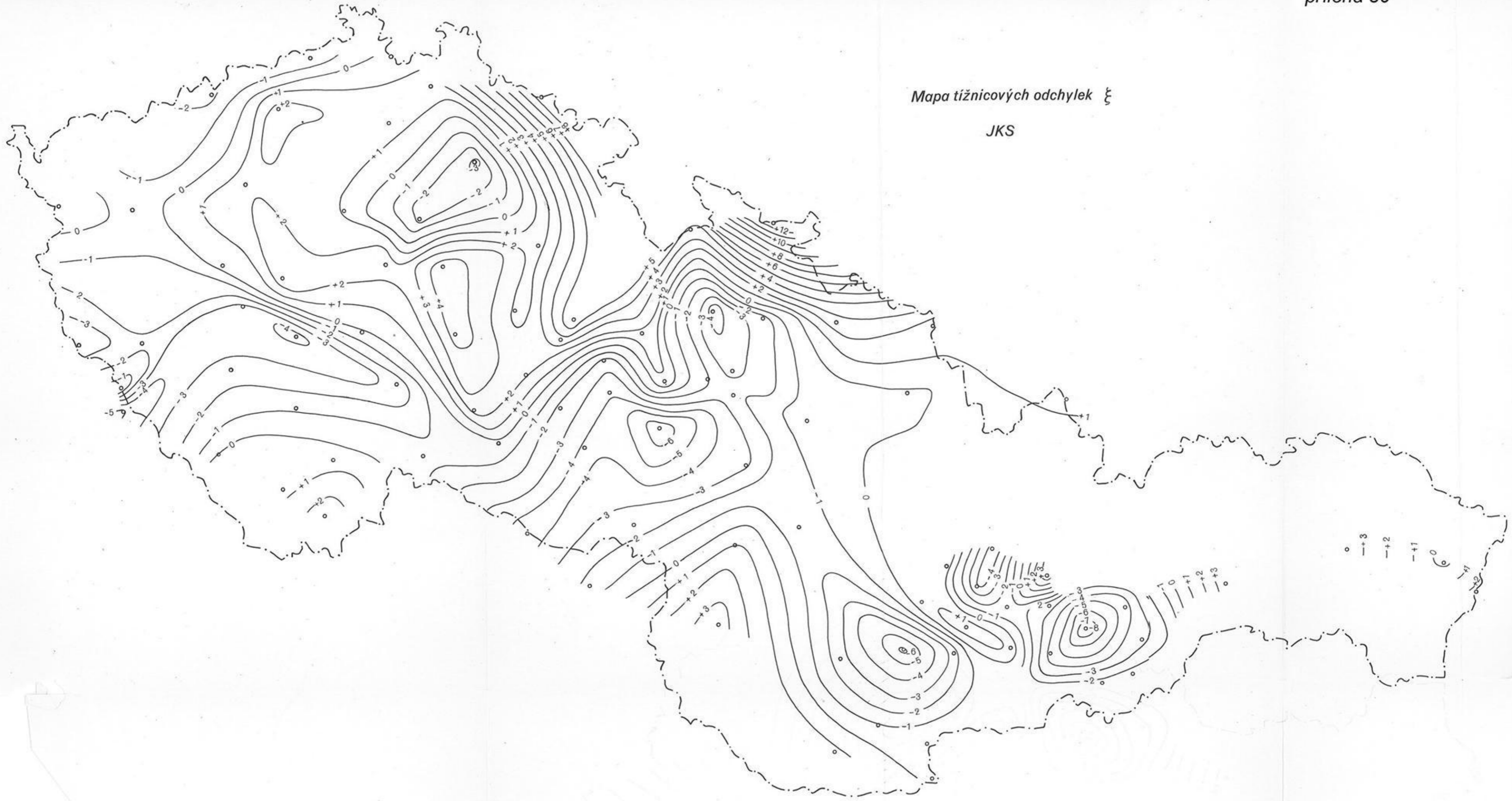
-●- Body v systému 1952



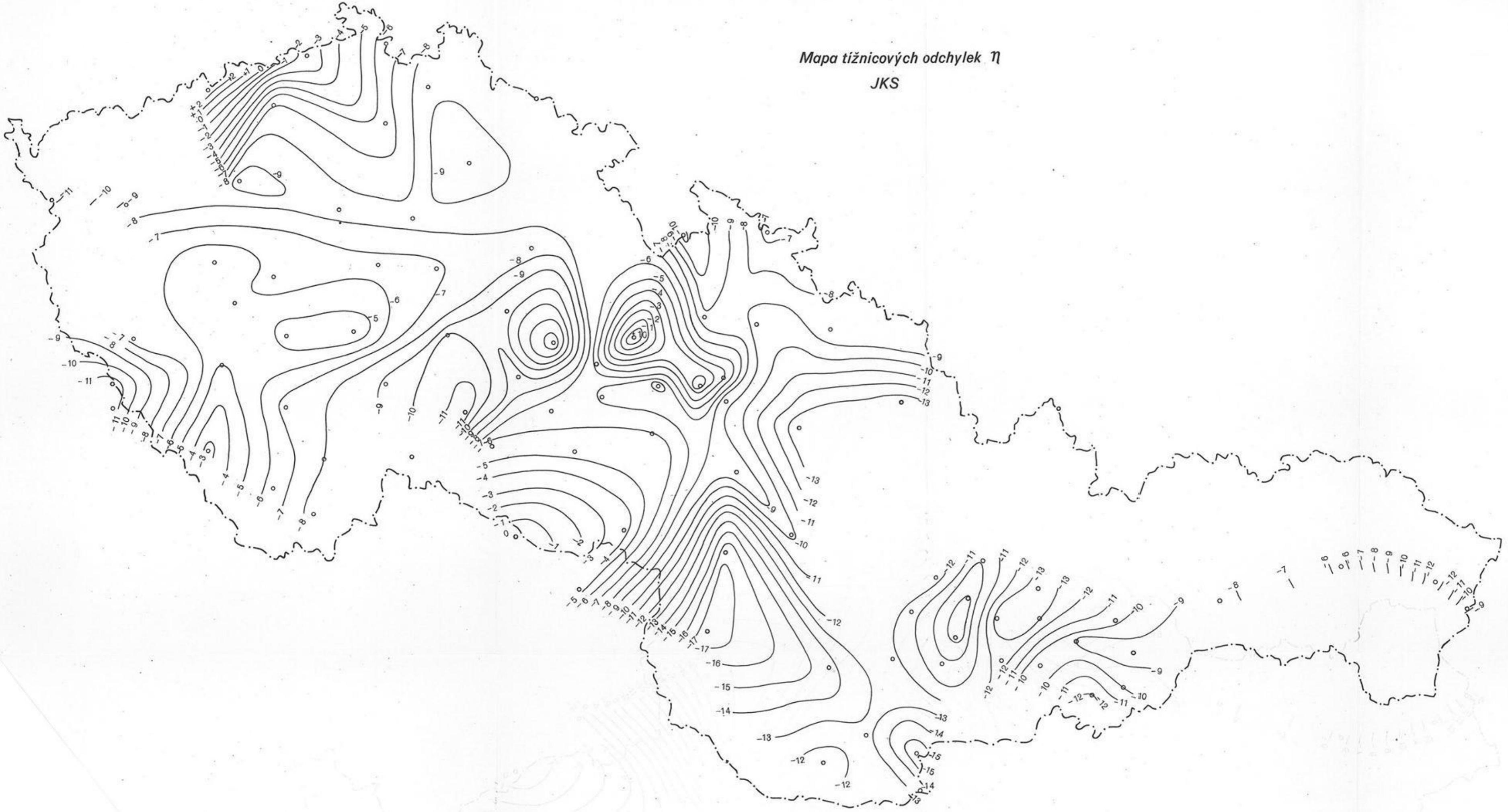


Mapa tížnicových odchylek  $\xi$

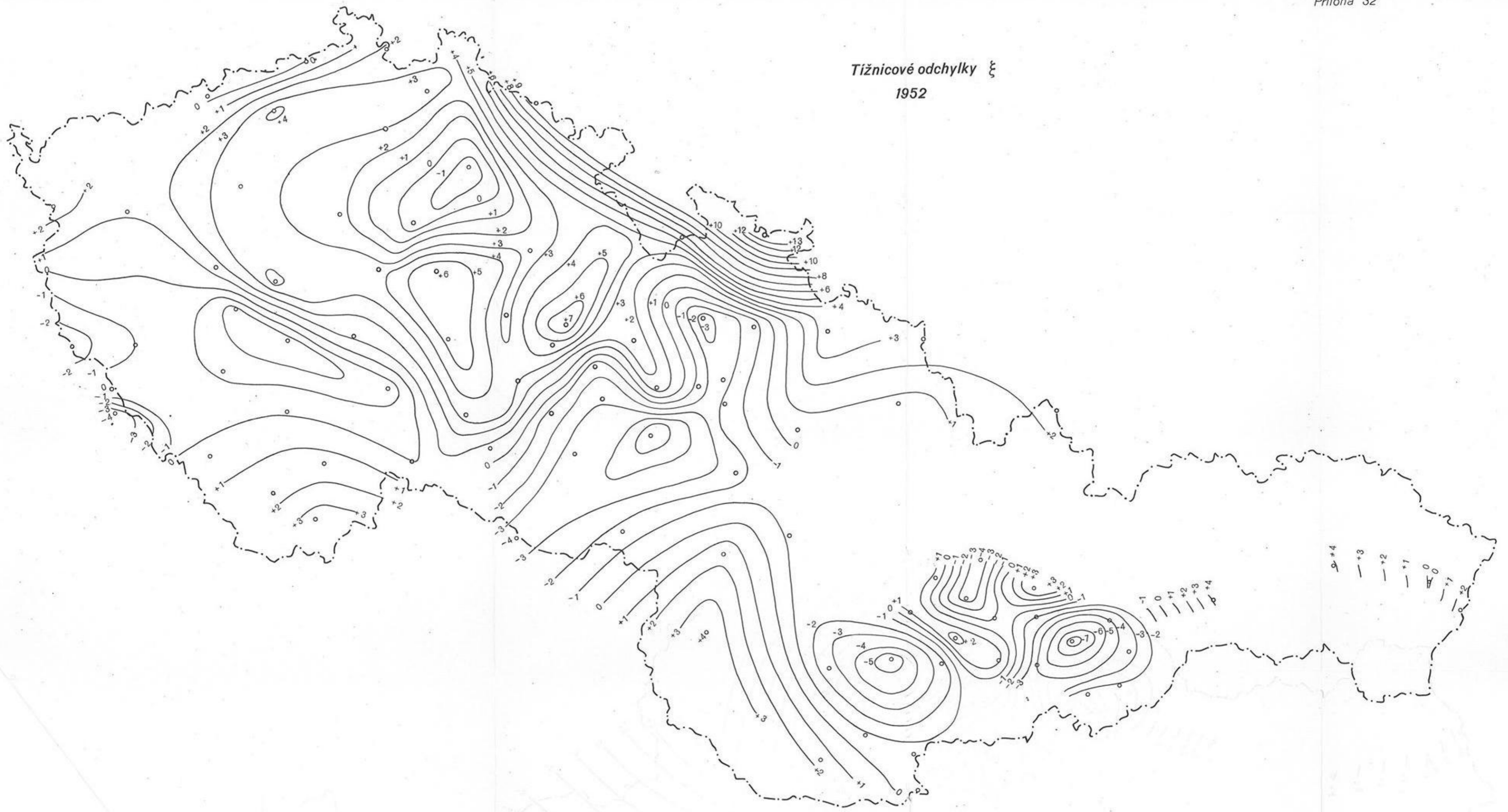
JKS



Mapa tížnicových odchylek  $\eta$   
JKS

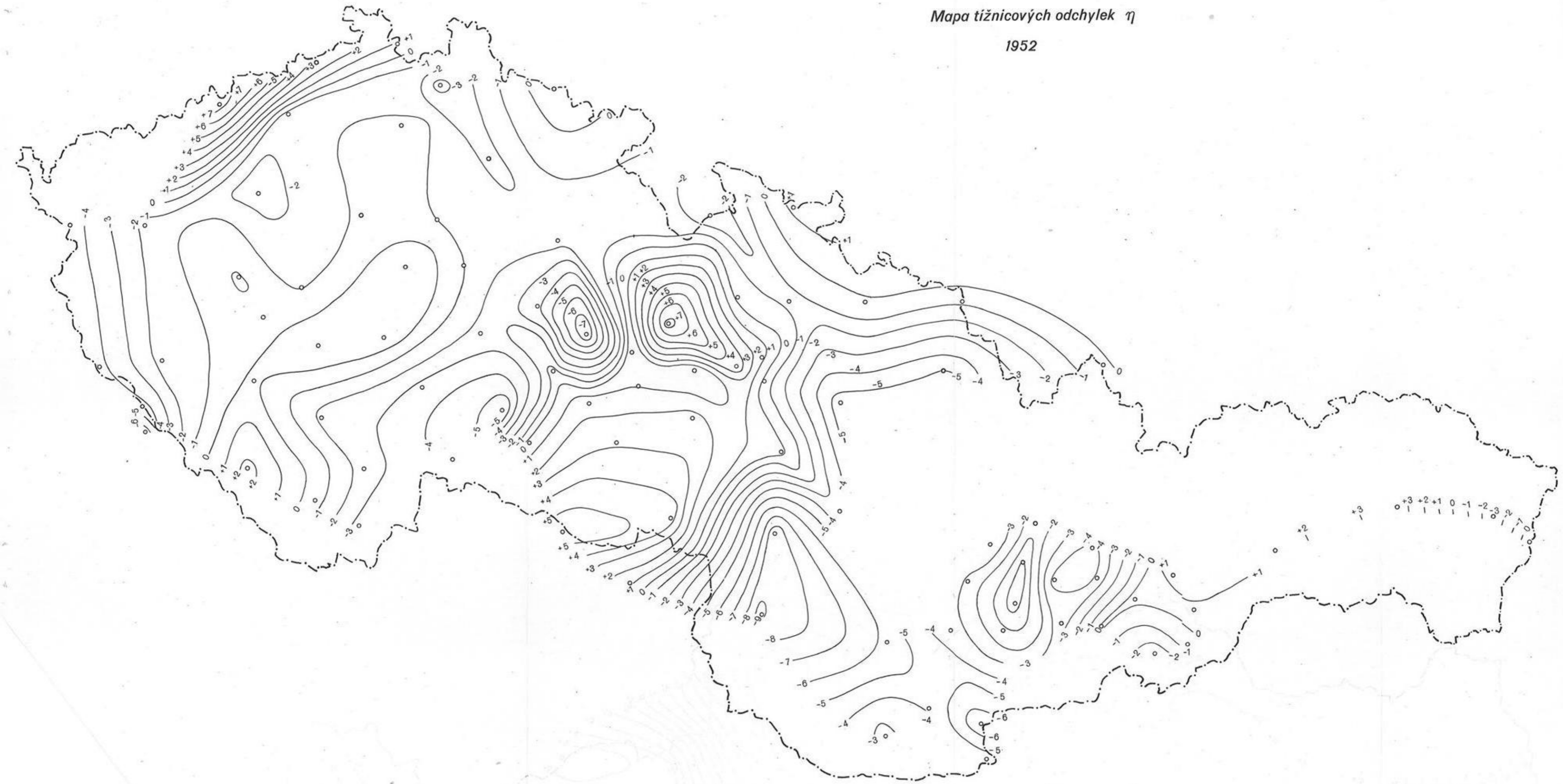


Tížnicové odchylky  $\xi$   
1952

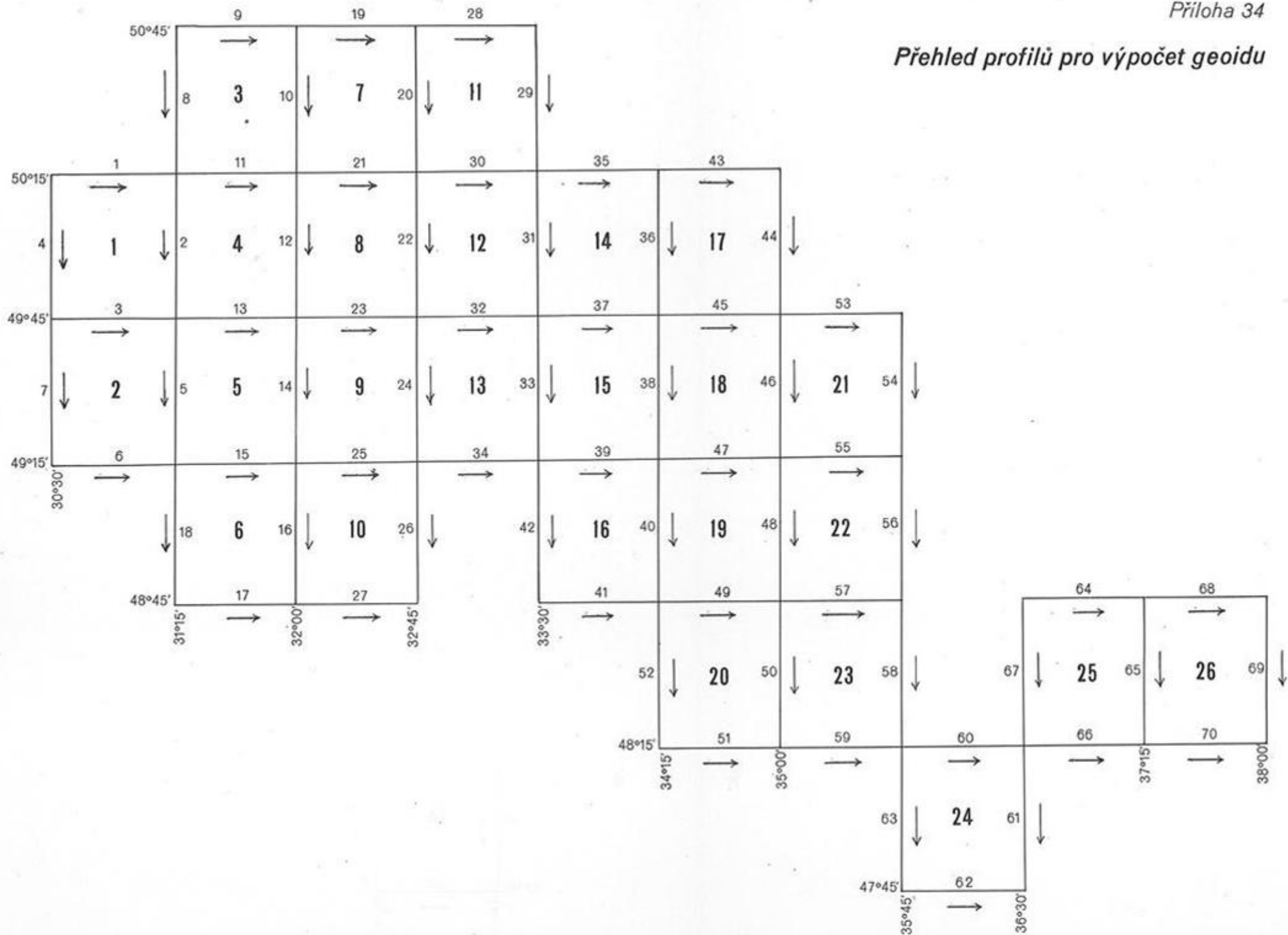


Mapa tížnicových odchylek  $\eta$

1952

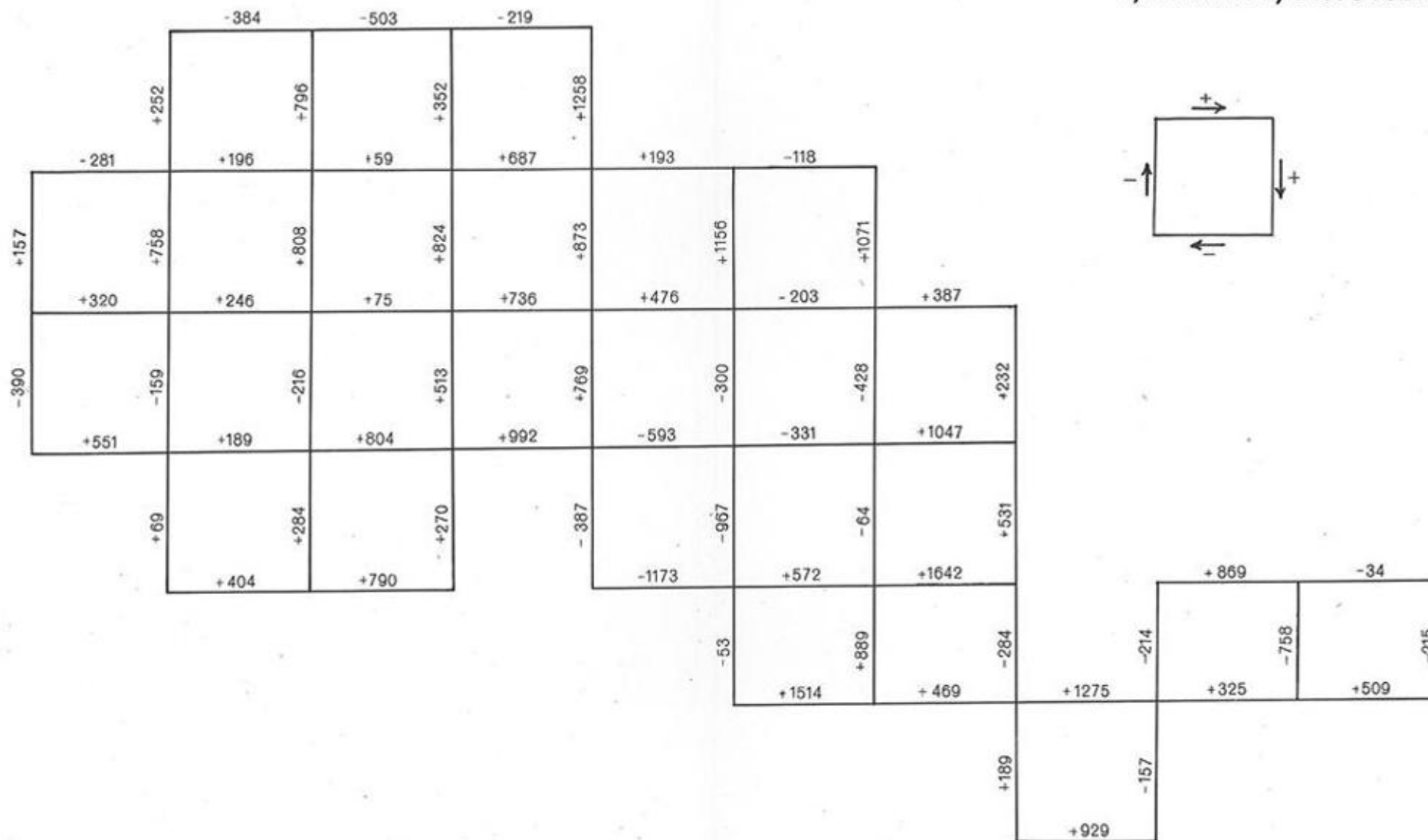


Přehled profilů pro výpočet geoidu

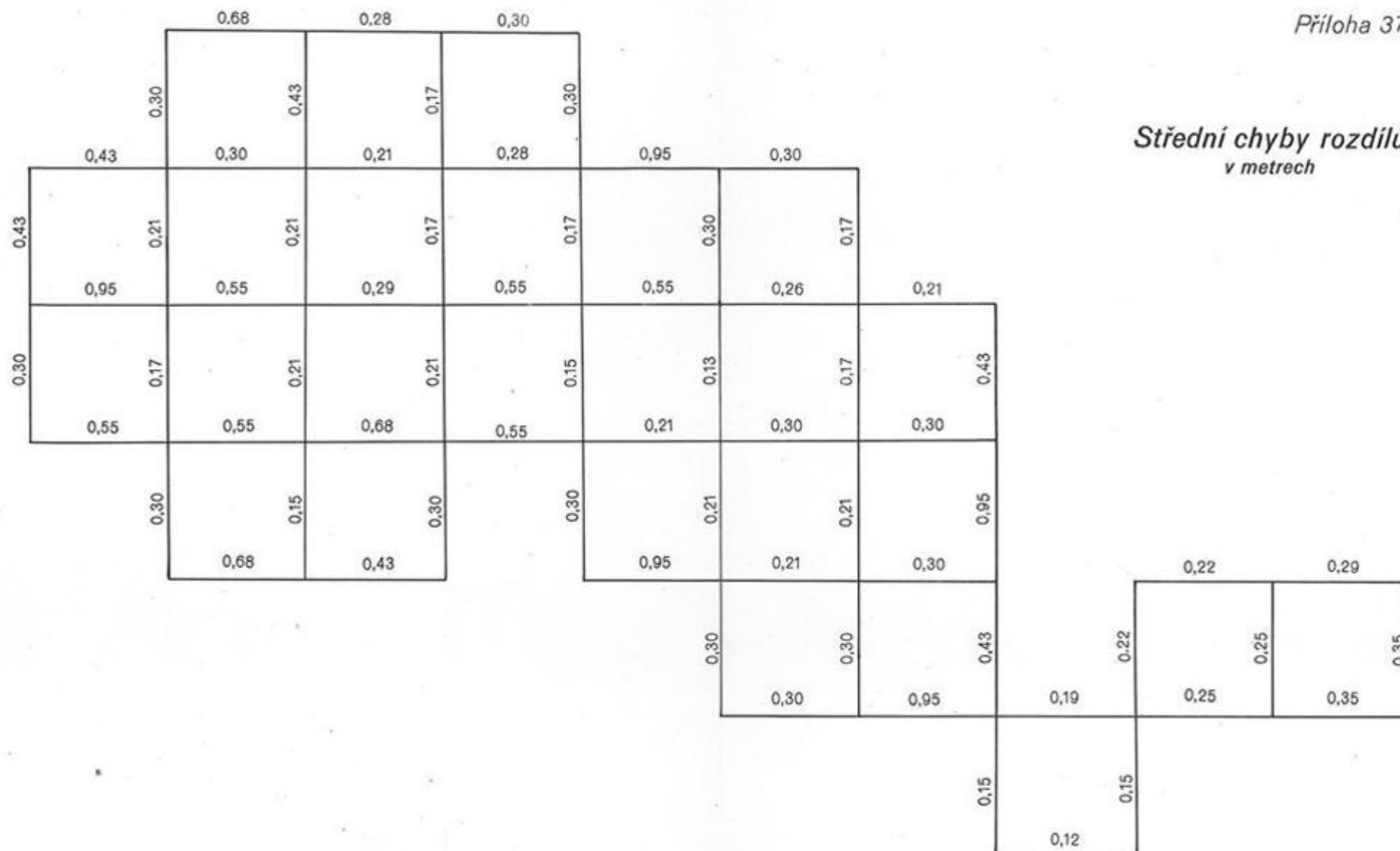




Vyrovnané výškové rozdíly

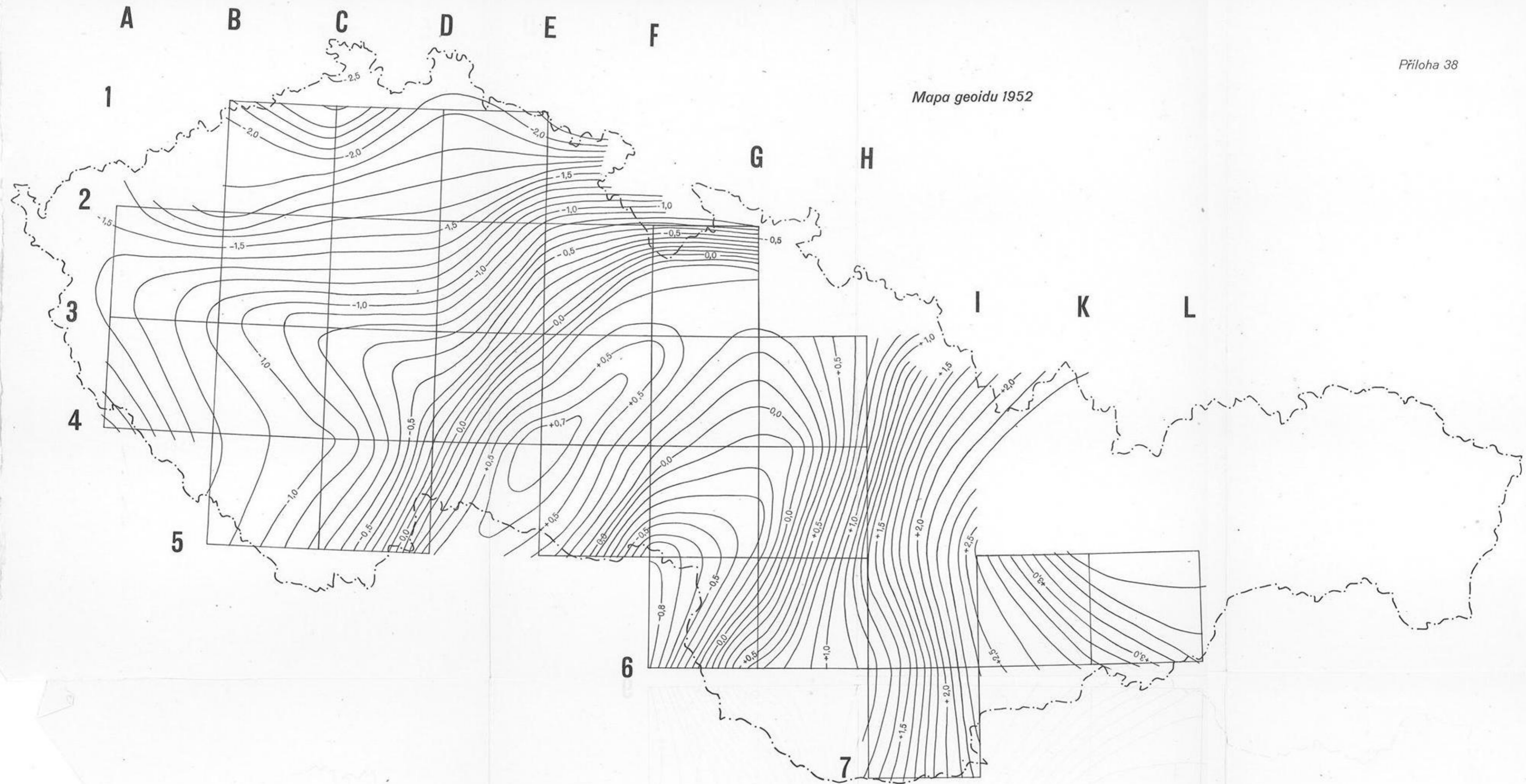


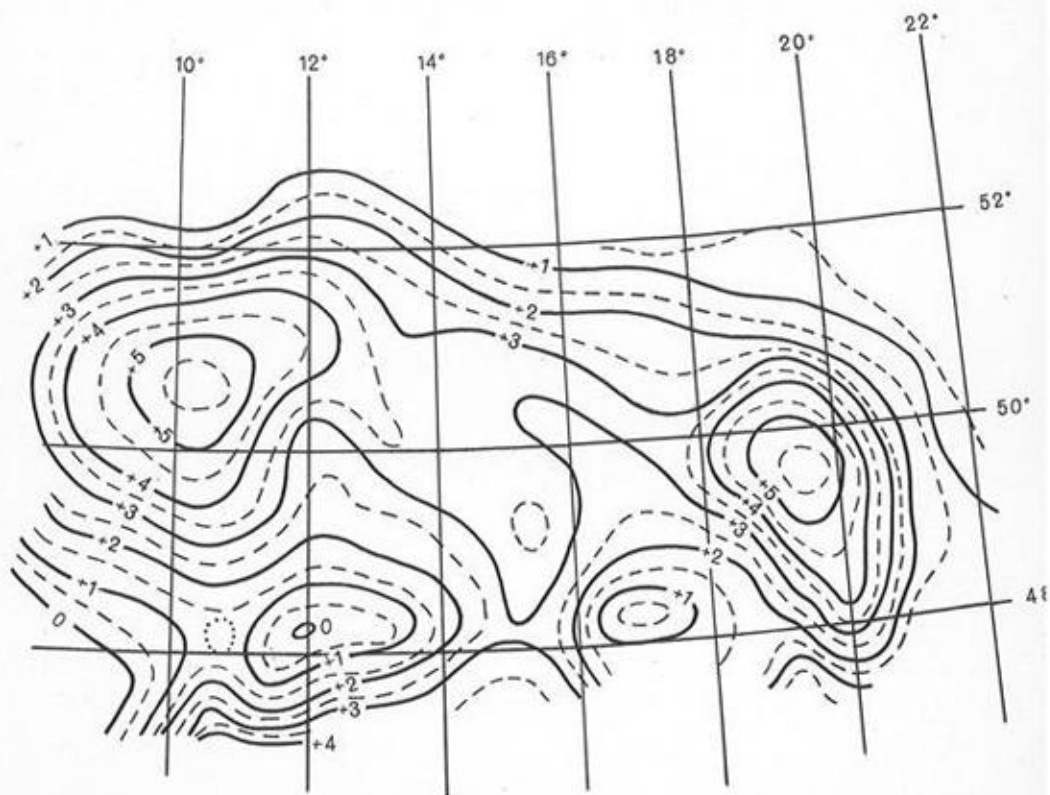
***Střední chyby rozdílů  
v metrech***





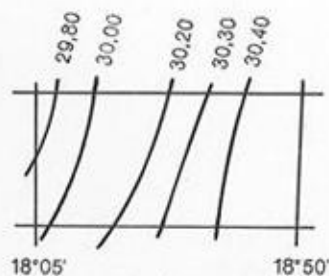
Mapa geoidu 1952





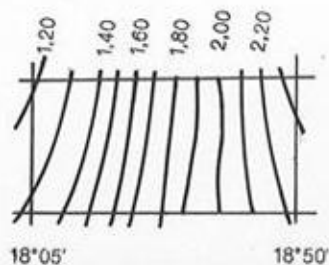
**Geoid na jižním Slovensku**  
(podle Dr L. Homoródi-ho)

(podle výpočtů autora)



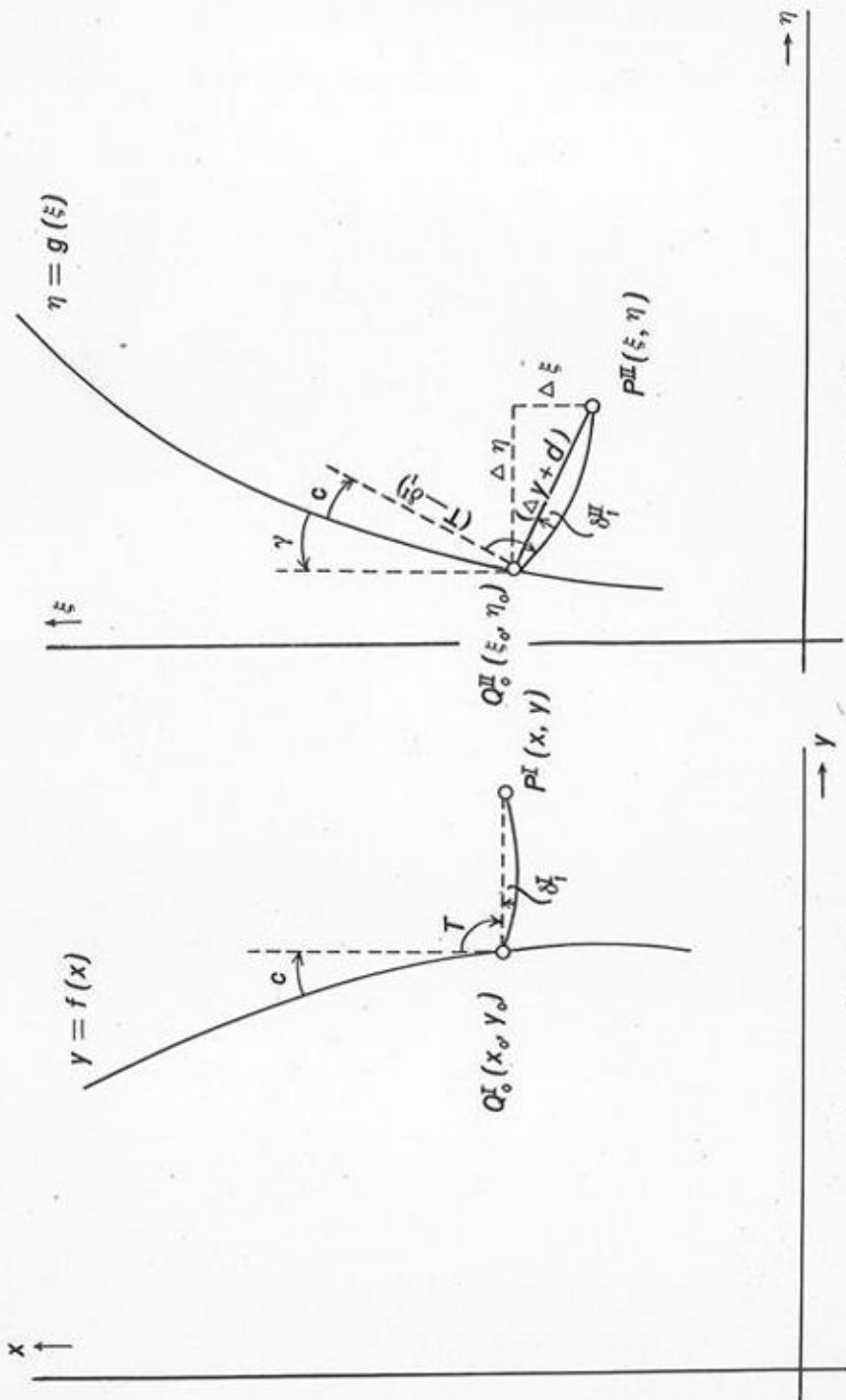
48°00'

47°45'



18°05'

18°50'



1. zobrazení

2. zobrazení